ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Σε αυτήν την διπλωματική εργασία διερευνούμε τον ανταγωνισμό δύο τεχνολογιών με αυξανόμενες αποδόσεις σε κοινωνικά δίκτυα (*μη κατευθυνόμενα γραφήματα*). Για τον σκοπό αυτό αναπτύξαμε προσομοιώσεις (simulations) στην γλώσσα προγραμματισμού C++. Σημείο εκκίνησης της εργασίας ήταν το κλασσικό μοντέλο του Brian Arthur (1989) για τον ανταγωνισμό δύο τεχνολογιών που εμφανίζουν αυξανόμενες αποδόσεις. Στο μοντέλο εκείνο θεωρείται ότι ο ανταγωνισμός ανάμεσα σε δύο τεχνολογίες που εμφανίζουν αυξανόμενες αποδόσεις σε μια αγορά υποψήφιων χρηστών οδηγεί στην επικράτηση (*lock-in*) υπέρ της μιας από τις δύο τεχνολογίες. Δηλαδή, από κάποιο σημείο και μετά κάθε νέος δράστης (*agent*), π.χ. υποψήφιος χρήστης, επιλέγει μόνο την μία τεχνολογία με πιθανότητα 1, ενώ η άλλη τεχνολογία εξαλείφεται όσον αφορά τις υιοθετήσεις της από τους χρήστες. Οι αυξανόμενες αποδόσεις έχουν ιδιότητες όπως η μη-προβλεψιμότητα, η μη-εργοδικότητα, η έλλειψη ευκαμψίας και η πιθανή ανεπάρκεια. Στο μοντέλο εκείνο, ωστόσο, δεν υπάρχει πρόβλεψη για τις σχέσεις μεταξύ των δραστών. Αντίθετα, θεωρείται ότι κάθε δράστης γνωρίζει τι συνέβη σε όλες τις υιοθετήσεις όλων των προηγούμενων δραστών. Με άλλα λόγια, στο μοντέλο του Athur υπονοείται η ύπαρξη ενός πλήρους δικτύου μεταξύ των υποψήφιων δραστών, όπου ο κάθε δράστης γνωρίζει τις επιλογές όλων των άλλων. Στην εργασία αυτή, τροποποιούμε το μοντέλο προκειμένου να μελετήσουμε τον ανταγωνισμό δύο τεχνολογιών σε γενικά δίκτυα (όχι μόνο πλήρη). Επίσης, στο τελευταίο κεφάλαιο, εργαζόμαστε με σημασμένα δίκτυα, στα οποία δίνεται η δυνατότητα ύπαρξης και αρνητικών δεσμών μεταξύ των δραστών.

Η εργασία χωρίζεται σε δύο μέρη. Τό πρώτο μέρος, που αποτελείται από 5 κεφάλαια, συνιστά τη θεωρητική εισαγωγή της εργασίας αυτής. Στο πρώτο κεφάλαιο, δίνουμε μια εισαγωγή στην έννοια των αυξανόμενων αποδόσεων και στις ιδιότητες που παρουσιάζει ο ανταγωνισμός μεταξύ δύο τεχνολογιών με αυξανόμενες αποδόσεις. Στο δεύτερο και το τρίτο κεφάλαιο, παρουσιάζουμε δύο βασικά μοντέλα: το κλασσικό μοντέλο ανταγωνισμού τεχνολογιών του Arthur και το μοντέλο καθολικών διαδόσεων (*global cascades*) του Watts. Στο τέταρτο κεφάλαιο, παραθέτουμε μερικά απαραίτητα στοιχεία από τη θεωρία γραφημάτων και τα κοινωνικά δίκτυα που θα χρησιμοποιήσουμε παρακάτω. Στο τελευταίο κεφάλαιο του πρώτου μέρους, μεταφράζουμε και τροποποιούμε το μοντέλο του Arthur, ώστε οι δράστες να λογίζονται ως

μέλη κοινωνικών δικτύων, τα οποία είναι γραφήματα οποιουδήποτε τύπου, και παρουσιάζουμε σε ψευδοκώδικα τον πυρήνα δύο αλγορίθμων που υλοποιήσαμε: έναν για ισοπίθανες προδιαθέσεις δραστών και έναν για σταθερές προδιαθέσεις. Στο δεύτερο και το τρίτο μέρος, βρίσκεται ο κύριος όγκος αυτής της εργασίας. Το δεύτερο μέρος, που αποτελείται από δύο κεφάλαια, περιέχει τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων σε γενικά γραφήματα για την περίπτωση που οι δράστες έχουν ισοπίθανες προδιαθέσεις προς τις τεχνολογίες. Στο πρώτο κεφάλαιο, εφαρμόζουμε τον αλγόριθμο των ισοπίθανων προδιαθέσεων σε κανονικά γραφήματα. Η γενικότερη περίπτωση των μη κανονικών γραφημάτων εξετάζεται στο δεύτερο κεφάλαιο του μέρους αυτού, όπου ιδιαίτερα μελετούμε περιπτώσεις γραφημάτων που οδηγούν σε ομοιογενή ή ανομοιογενή ισορροπία. Στο τρίτο μέρος, αποτελούμενο από δύο κεφάλαια, παρουσιάζουμε την προσομοίωση για την περίπτωση των σταθερών προδιαθέσεων. Στο πρώτο κεφάλαιο, όπου ασχολούμαστε με γραφήματα, των οποίων οι δεσμοί δεν έχουν καμία διαφορά μεταξύ τους, μελετούμε πειράματα προσομοιώσεων με σταθερές προδιαθέσεις. Το ίδιο κάνουμε και στο δεύτερο κεφάλαιο, όπου όμως υποθέτουμε ότι οι δεσμοί των γραφημάτων που μελετούμε έχουν είτε θετικό είτε αρνητικό πρόσημο – για αυτό τα γραφήματα αυτά ονομάζονται σημασμένα.

Συνολικά ο στόχος μας είναι να αντιπαραβάλλουμε τα αποτελέσματα του «κοινωνικού» μοντέλου με το αρχικό μοντέλο του Arthur. Έτσι, δείχνουμε σε ποιες περιπτώσεις μια από τις δύο ανταγωνιζόμενες τεχνολογίες επικρατεί πλήρως στο κοινωνικό δίκτυο και επιπλέον παρατηρούμε τις ίδιες ακριβώς ιδιότητες όπως και στο κλασσικό μοντέλο του Arthur, δηλαδή μη-προβλεψιμότητα, μη-εργοδικότητα, έλλειψη ευκαμψίας, πιθανή ανεπάρκεια. Παρουσιάζουμε, ωστόσο, τις περιπτώσεις εκείνες δικτύων και παραμέτρων του μοντέλου στις οποίες υπάρχει η πιθανότητα η διαδικασία να οδηγηθεί σε διαφορετικό αποτέλεσμα από την πλήρη επικράτηση μιας τεχνολογίας, όπως για παράδειγμα ανισορροπία ή ισορροπία με συνύπαρξη και των δύο τεχνολογιών. Το τελευταίο είναι ένα ενδιαφέρον αποτέλεσμα αφού η διαδικασία οδηγείται σε ισορροπία στην οποία αμφότερες οι τεχνολογίες έχουν αποκτήσει τέτοια διαμόρφωση στις κατανομές τους στο δίκτυο των δραστών ώστε να είναι αδύνατον κάποια από τις δύο να κυριαρχήσει.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΕΡΙΛΗΨΗ 1
ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ 3

A. ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΕΙΣΑΓΩΓΗ 4

I. ΑΥΞΑΝΌΜΕΝΕΣ ΑΠΟΔΌΣΕΙΣ ΣΤΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΆ 4
II. ΤΟ ΜΟΝΤΈΛΟ ΤΟΥ ARTHUR 14
III. ΤΟ ΜΟΝΤΈΛΟ ΤΟΥ WATTS 21
IV. ΣΤΟΙΧΕΊΑ ΚΟΙΝΩΝΙΚΩΝ ΔΙΚΤΎΩΝ ΚΑΙ ΓΡΑΦΗΜΆΤΩΝ 26
1. Κοινωνικά δίκτυα 26
2. Γραφήματα (γράφοι) 28
V. ΠΑΡΟΥΣΊΑΣΗ ΤΟΥ ΜΟΝΤΈΛΟΥ 33

B. ΙΣΟΠΙΘΑΝΕΣ ΠΡΟΔΙΑΘΕΣΕΙΣ 41

I. ΚΑΝΟΝΙΚΆ ΓΡΑΦΉΜΑΤΑ 41
1. Κανονικά γραφήματα άρτιου βαθμού 41
2. Κανονικά γραφήματα περιττού βαθμού 63
II. ΜΗ ΚΑΝΟΝΙΚΆ ΓΡΑΦΉΜΑΤΑ 76
1. Κοινωνικά δίκτυα όπου η διαδικασία οδηγείται σε ομοιογενή ισορροπία 76
2. Κοινωνικά δίκτυα όπου η διαδικασία οδηγείται σε ανομοιογενή ισορροπία 80

C. ΣΤΑΘΕΡΕΣ ΠΡΟΔΙΑΘΕΣΕΙΣ 88

I. ΔΡΆΣΤΕΣ ΜΕ ΣΤΑΘΕΡΈΣ ΠΡΟΔΙΑΘΈΣΕΙΣ 89
1. Κανονικά δίκτυα 89
2. Μη κανονικά δίκτυα 100
II. ΘΕΤΙΚΆ & ΑΡΝΗΤΙΚΆ ΠΡΌΣΗΜΑ ΔΕΣΜΏΝ 106
1. Κανονικά δίκτυα 107
2. Μη κανονικά δίκτυα 112

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 118

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ 121

Α. ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ι. Αυξανόμενες Αποδόσεις στα Οικονομικά

Η Silicon Valley έχει γίνει μια μοναδική τοποθεσία στην οποία δραστηριοποιούνται εταιρείες που ασχολούνται με την ανάπτυξη λογισμικού και ημιαγωγών, και γενικότερα εταιρείες υψηλής τεχνολογίας και πληροφορικής. Συγκεκριμένα, υπάρχει μια συσσώρευση εταιρειών τέτοιου είδους στην εν λόγω περιοχή (Krugman, 1996). Η αναζήτηση μιας απάντησης στο ερώτημα του γιατί συνέβη αυτό έχει οδηγήσει πολλούς αναλυτές στο τομέα της γεωγραφίας της Νέας Οικονομίας. Για παράδειγμα, ο Krugman (*ibid.*) θεώρησε την Silicon Valley σαν ένα σύμβολο μιας νέας οπτικής σχετικά με το πως συμβαίνει η αστική και περιφερειακή ανάπτυξη. Η Silicon Valley υπάρχει, ισχυρίζεται, γιατί σε εκείνη την περιοχή συμβαίνει συσσωμάτωση (*agglomeration*), δηλαδή πολλές εταιρείες υψηλής τεχνολογίας έχουν την έδρα τους εκεί. Η αιτία είναι ότι η περιοχή εκείνη εμφανίζει *αυξανόμενες αποδόσεις* (*increasing returns)* για κάθε νέα εταιρεία, δηλαδή μια εταιρεία ωφελείται περισσότερο να έχει τη βάση της εκεί παρά κάπου αλλού. Από τι αποτελούνται, όμως, οι αυξανόμενες αποδόσεις στο συγκεκριμένο παράδειγμα; Ακολουθώντας τον Krugman (1991), για παράδειγμα, η συγκέντρωση πολλών εταιρειών σε μια συγκεκριμένη περιοχή οδηγεί στην δημιουργία και ανάπτυξη μιας «δεξαμενής» εξειδικευμένων ατόμων, όπως οι προγραμματιστές, που με τη σειρά της μειώνει την πιθανότητα για ανεργία και έλλειψη εξειδικευμένου εργατικού δυναμικού. Επίσης, οι γεωγραφικά συσσωρευμένες εταιρείες δημιουργούν τις προϋποθέσεις για παραγωγή υλικών, εργαλείων και λογισμικού που δεν προορίζονται για εμπορική χρήση αλλά είναι απαραίτητα για την βιομηχανία λογισμικού ή μικροεπεξεργαστών. Επιπλέον, τα οφέλη από την κυκλοφορία πληροφορίας που αφορά τεχνογνωσία μπορεί να προσδώσει στις εταιρείες που βρίσκονται εκεί μεγαλύτερο ή καλύτερο συντελεστή απόδοσης ή παραγωγής από εκείνες τις εταιρείες που είναι απομονωμένες (*ibid.*). Οι προηγούμενες αιτίες, ανάμεσα σε άλλες, συνεπάγονται αυξανόμενες αποδόσεις και οφέλη για μια εταιρεία που επιλέγει τη συγκεκριμένη περιοχή.

Η έννοια των αυξανομένων αποδόσεων είχε χρησιμοποιηθεί παλαιότερα από οικονομολόγους στην προσπάθειά τους να περιγράψουν την συμπεριφορά του κόστους βιομηχανιών που χαρακτηρίζονταν σαν φυσικά μονοπώλια (Borts, 1954, σ. 316). Ο Borts (1954), για παράδειγμα, διερεύνησε και ανέλυσε την ύπαρξη αυξανομένων αποδόσεων στην περίπτωση των σιδηροδρομικών εταιρειών. Η θεωρία των αυξανόμενων αποδόσεων προέρχεται από το χώρο της οικονομικής επιστήμης και αντιδιαστέλλεται με την συμβατική οικονομική θεωρία που βασίζεται στην παραδοχή των μειούμενων αποδόσεων. Η συμβατική οικονομική θεωρία υποστηρίζει ότι οι οικονομικές πράξεις δημιουργούν αρνητική ανάδραση που οδηγεί τις τιμές και τα μερίδια αγοράς σε μια προβλέψιμη ισορροπία (Arthur, 1994, σ. 1). Με αυτόν τον τρόπο υποτίθεται πως σταθεροποιείται η οικονομία αφού οποιεσδήποτε μεγάλες αλλαγές θα αντισταθμίζονται από τις ίδιες τις αντιδράσεις που παράγουν. Το παράδειγμα που δίνει ο Arthur για να εξηγήσει την βασική ιδέα που διέπει τις μειούμενες αποδόσεις είναι η ενεργειακή κρίση της δεκαετίας του 1970. Οι μεγάλες τιμές του πετρελαίου εκείνη την εποχή ενθάρρυναν την συντήρηση όσον αφορά την κατανάλωση ενέργειας και αύξησαν την έρευνα για κοιτάσματα, με αποτέλεσμα μια προβλέψιμη πτώση στις τιμές του πετρελαίου μέχρι τις αρχές της δεκαετίας του 1980 (*ibid.*).

Ο οικονομολόγος Alfred Marshall στις *Αρχές των Οικονομικών* του 1890 παρατηρούσε ότι εάν το κόστος παραγωγής των εταιρειών μειώνεται καθώς αυξάνονται τα μερίδια αγοράς τους, τότε η εταιρεία που από τύχη αποκτούσε σχετικά μεγάλο μερίδιο της αγοράς αρκετά νωρίς θα ήταν εκείνη που τελικά θα παραμέριζε τους ανταγωνιστές της (Arthur, 1994, σ. 2). Επομένως, όπως υποστηρίζει ο Arthur (*ibid.*), μια τέτοια εικόνα για την οικονομία, όπως σκιαγραφείται από τη συμβατική οικονομική θεωρία, έρχεται σε αντίθεση με την πραγματικότητα, όπου σε πολλούς οικονομικούς τομείς δεν εμφανίζονται σταθεροποιητικές δυνάμεις. Συγκεκριμένα, υπάρχουν οικονομικές ενέργειες με θετικό αντίκτυπο που μεγιστοποιεί τις μικρές οικονομικές αλλαγές. Ενέργειες, όπως για παράδειγμα η υιοθέτηση τεχνολογιών ή προτύπων με τέτοιο θετικό αντίκτυπο αποκαλούνται αυξανόμενων αποδόσεων.

Ενώ οι μειούμενες αποδόσεις οδηγούν την οικονομία σε ένα μοναδικό σημείο ισορροπίας, η θετική ανάδραση των αυξανόμενων αποδόσεων έχει σαν αποτέλεσμα την ύπαρξη πολλαπλών σημείων ισορροπίας. Επιπλέον, ενώ στην πρώτη περίπτωση το μοναδικό εκείνο σημείο ισορροπίας θεωρείται ότι είναι το καλύτερο δυνατό αποτέλεσμα, στις αυξανόμενες αποδόσεις

δεν υπάρχει εγγύηση ότι το σημείο εκείνο, στο οποίο θα ισορροπήσουν τελικώς τα πράγματα, θα είναι το καλύτερο ανάμεσα σε όλα τα υπόλοιπα. Τέλος, στον ανταγωνισμό μεταξύ τεχνολογιών αυξανομένων αποδόσεων, εάν κάποια από τις δύο αποκτήσει σημαντικό προβάδισμα κατά τύχη, τότε τείνει να μείνει μπροστά και μάλιστα να αυξήσει το μερίδιο της (*ibid.*). Οι βασικές διαφορές ανάμεσα στις αυξανόμενες και μειούμενες αποδόσεις εμφανίζονται συνοπτικά στον πίνακα 1:

Πίνακας 1

	Ανάδραση	*Ισορροπία*	*Επάρκεια*	*Ευκαμψία*	*Προβλεψιμότητα*
Αυξανόμενες Αποδόσεις	Θετική	Σε πολλά δυνατά σημεία	Πιθανόν όχι	Όχι	Όχι
Μειούμενες Αποδόσεις	Αρνητική	Σε ένα σημείο	Σίγουρα ναι	Ναι	Ναι

Ποιοι είναι οι οικονομικοί τομείς όπου εμφανίζονται αυξανόμενες αποδόσεις; Ο Arthur (1994, σ. 3) ισχυρίζεται ότι οι τομείς που βασίζονται στις πλουτοπαραγωγικές πηγές, όπως η γεωργία, η παραγωγή αγαθών, τα μεταλλεία κ.α., εμφανίζουν μειούμενες αποδόσεις. Αντιθέτως, υποστηρίζει ότι οι τομείς εκείνοι της οικονομίας που βασίζονται στην γνώση υπόκεινται σε αυξανόμενες αποδόσεις. Για παράδειγμα, προϊόντα όπως οι ηλεκτρονικοί υπολογιστές, τα φάρμακα ή τα αεροσκάφη είναι περίπλοκα στο σχεδιασμό και στην κατασκευή. Απαιτούν μεγάλες αρχικές επενδύσεις σε έρευνα και ανάπτυξη, αλλά, αφού ξεκινήσουν οι πωλήσεις, η μαζική παραγωγή τους είναι σχετικά φτηνότερη. Ο σχεδιασμός, η ανάπτυξη, η υλοποίηση και η πιστοποίηση ενός νέου κινητήρα αεροσκάφους, απαιτεί 2 με 3 δισεκατομμύρια δολάρια μέχρι να φτάσει στο σημείο της μαζικής παραγωγής. Από κει και ύστερα, όμως, κάθε αντίγραφο κοστίζει 50 με 100 εκατομμύρια δολάρια και καθώς κατασκευάζονται νέες μονάδες, το κόστος κάθε κινητήρα μειώνεται ενώ αυξάνονται τα κέρδη (*ibid.*). Επομένως, οι αυξανόμενες αποδόσεις υπάρχουν όταν οι αυξήσεις στον ρυθμό παραγωγής μιας εταιρείας μειώνουν το μέσο κόστος της παραγωγής (Borts, 1954, σ. 316).

Επιπλέον, ισχυρίζεται ο Arthur (1989, σ.116), οι σύγχρονες ανταγωνιστικές τεχνολογίες επιδεικνύουν συχνά αυξανόμενες αποδόσεις όσον αφορά την υιοθέτηση, υπό την έννοια ότι όσο περισσότερο υιοθετούνται, τόσο περισσότερη εμπειρία αποκτάται με αυτές και τόσο περισσότερο βελτιώνονται. Αυτή η διαδικασία αποκαλείται "μάθηση με τη χρήση" (*ibid)*. Για

παράδειγμα, τα σχέδια για αεριωθούμενα αεροπλάνα όπως το Boeing 727, υπόκεινται σε συνεχείς τροποποιήσεις και βελτιώνονται σημαντικά σε δομική ορθότητα, απόδοση μηχανών κτλ καθώς συσσωρεύονται η υιοθέτηση και χρήση από τις αεροπορικές εταιρείες *(ibid)*. Πέραν, όμως, από το κόστος προϊόντων υψηλής τεχνολογίας που μειώνεται καθώς παράγονται περισσότερα, ένας ακόμη σημαντικός παράγοντας που συντείνει στις αυξανόμενες αποδόσεις τέτοιων προϊόντων και τεχνολογιών είναι και το γεγονός ότι και το όφελος συνήθως αυξάνεται με τη χρήση για κάποιο διάστημα. Ο Arthur (1994, σ. 4) παρατηρεί ότι οι υπολογιστές ή γενικότερα το τηλεπικοινωνιακό υλικό λειτουργεί σε δίκτυα που απαιτούν συμβατότητα. Καθώς μια μάρκα ή πρότυπο αποκτά ένα σημαντικό μερίδιο αγοράς, οι μελλοντικοί χρήστες-αγοραστές έχουν μεγαλύτερο κίνητρο να αγοράσουν, ή καλύτερα να υιοθετήσουν, το ίδιο προϊόν έτσι ώστε να μπορούν να ανταλλάσσουν πληροφορία με εκείνους που χρησιμοποιούν ήδη το ίδιο υλικό, προϊόν ή πρότυπο.

Ένα απλό παράδειγμα ανταγωνισμού μεταξύ τεχνολογιών με θετική ανάδραση είναι το ιστορικό της συσκευής video (Arthur, 1994, σ. 2) . Όταν εμφανίστηκαν οι συσκευές video για πρώτη φορά, υπήρχαν δύο ανταγωνιστικά πρότυπα που μάχονταν για την επικράτηση στην αγορά έχοντας περίπου την ίδια τιμή: το VHS και το Beta. Κάθε ένα από τα δύο πρότυπα θα μπορούσε να εμφανίσει αυξανόμενες αποδόσεις καθώς αύξανε το μερίδιο αγοράς του. Πράγματι, μεγάλες αριθμοί από συσκευές video με το πρότυπο VHS, θα ωθούσαν καταστήματα, π.χ. video-λέσχες, που εμπορεύονταν σχετικά είδη να αποθηκεύσουν μεγάλο αριθμό από video-κασέτες VHS, προκαλώντας με αυτόν τον τρόπο αύξηση στην χρηστική ή άλλη αξία της κατοχής ενός VHS video με αποτέλεσμα περισσότεροι καταναλωτές να οδηγούνται να επιλέξουν, δηλαδή να αγοράσουν, μια συσκευή με αυτό το πρότυπο. Το ίδιο ακριβώς θα μπορούσε να συμβεί και για τις συσκευές που ακολουθούσαν το πρότυπο Beta. Επομένως, ισχυρίζεται ο Arthur, μια μικρή αύξηση του μεριδίου αγοράς θα ενδυνάμωνε την ανταγωνιστική δύναμη του ενός προτύπου και θα το βοηθούσε να αυξήσει περαιτέρω την ηγεμονία του στην αγορά (*ibid.*).

Την κατάληξη του ανταγωνισμού μεταξύ VHS και Beta την γνωρίζουμε ήδη, αφού τελικά επικράτησε το πρότυπο VHS. Πως όμως έγινε αυτό; Και τα δύο πρότυπα εμφανίστηκαν περίπου την ίδια περίοδο και επομένως ξεκίνησαν με τα ίδια αρχικά μερίδια αγοράς. Τα μερίδια τους για κάποιο διάστημα μεταβάλλονταν εύκολα λόγω εξωτερικών συνθηκών, τύχης και

εταιρικών τακτικών. Όμως οι αυξανόμενες αποδόσεις από τις αρχικές αυξήσεις στο μερίδιο του VHS, έκριναν τελικά το αποτέλεσμα του ανταγωνισμού υπέρ του προτύπου αυτού (Arthur, 1994, σ. 2). Παρόλα αυτά, θα ήταν αδύνατο για ένα εξωτερικό παρατηρητή να πει με σιγουριά στις απαρχές του ανταγωνισμού των δύο τεχνολογιών, ποιο από τα δύο πρότυπα τελικά θα μονοπωλούσε την αγορά. Με άλλα λόγια, ήταν αδύνατο στην αρχή να προβλέψει κανείς σε ποιο από τα δύο σημεία ισορροπίας θα έφτανε τελικά η διαδικασία.

Ένα ακόμη παράδειγμα ανταγωνισμού μεταξύ τεχνολογιών, χωρίς να έχει κριθεί ακόμη το αποτέλεσμα του, είναι ο ανταγωνισμός μεταξύ δύο διαφορετικών τρόπων ή προτύπων ανάπτυξης και διάθεσης λογισμικού: από τη μια πλευρά του λεγόμενου ανοικτού κώδικα (*open source*) και από την άλλη, του κατοχυρωμένου ως προς τα πνευματικά δικαιώματα εμπορικού λογισμικού (*proprietary software*) (Dalle & Jullien, 2002, σ 3). Ενώ ο δεύτερος τρόπος ανάπτυξης ήταν ο καθιερωμένος και εύλογος ως προς την κερδοφορία των εταιρειών που εμπλέκονται με αυτό, πολλοί δράστες όπως προγραμματιστές και εταιρείες λογισμικού επιλέγουν μια στρατηγική ανοικτού κώδικα, δηλαδή υιοθετούν λογισμικά χωρίς πνευματικά δικαιώματα και φτάνουν μερικές φορές στο σημείο να δημοσιεύουν τον κώδικα του λογισμικού που αναπτύσσουν αντί να τον κρατούν επτασφράγιστο μυστικό όπως συμβαίνει με εταιρείες που κατοχυρώνουν με πνευματικά δικαιώματα το λογισμικό τους. Έτσι, αυτό που κάποτε θεωρούνταν η φούσκα του Linux (*Linux-hype*) έχει μετατραπεί σε ένα διευρυνόμενο και συγχρόνως άξιο μελέτης φαινόμενο (*ibid.*). Στην ίδια εργασία τους, οι Dalle και Jullien (*ibid.*) προσαρμόζουν το μοντέλο τεχνολογικού ανταγωνισμού με δικτυακές επιδράσεις (*network externalities*) του Arthur (1989) για την μελέτη του ανταγωνισμού μεταξύ των προτύπων του ανοικτού κώδικα και του πνευματικά κατοχυρωμένου λογισμικού εξάγοντας συμπεράσματα για διάφορες περιπτώσεις αντιδράσεων από τη μεριά των εμπορικών παραγωγών λογισμικού.

Όμως, υπάρχουν ακόμη πιο γλαφυρά παραδείγματα του ανταγωνισμού μεταξύ προτύπων και επικράτησης ενός από όλα μετά από κάποιο χρονικό διάστημα. Ένα τέτοιο παράδειγμα, που ξεφεύγει κάπως από την οικονομική θεωρία, είναι η φορά των δεικτών των ρολογιών. Μπορεί σήμερα να θεωρούμε δεδομένη την φορά (τόσο ώστε να θεωρείται πρότυπο προσανατολισμού στην μεταξύ μας επικοινωνία), αλλά αυτό δεν συνέβαινε πάντα. Όσο λογικό είναι να κινούνται δεξιόστροφα οι δείκτες ενός ρολογιού, άλλο τόσο λογικό είναι να κινούνται αριστερόστροφα. Πράγματι, στην αρχή η κατασκευή των ρολογιών και της φοράς των δεικτών τους δεν

ακολουθούσε καμία αποκλειστική σύμβαση, αριστερόστροφη ή δεξιόστροφη. Όμως και αυτά τα δύο πρότυπα, όπως διαπιστώνει ο Arthur (1994) υπόκειντο σε αυξανόμενες αποδόσεις, δηλαδή όσο περισσότερα ρολόγια που ακολουθούσαν το ένα από τα δύο πρότυπα κατασκευάζονταν, τόσο περισσότεροι άνθρωποι συνήθιζαν να τα διαβάζουν με αυτόν τον τρόπο. Οπότε, ισχυρίζεται ο Arthur, τυχαία συμβάντα με θετική ανάδραση, δηλαδή η τυχαία πρωτοκαθεδρία του πλήθους των ρολογιών με «κανονική φορά», παρά η τεχνολογική υπεροχή, καθόρισαν την εξέλιξη ώστε μετά το 1550 να έχουν επικρατήσει τα ρολόγια με την σημερινή «συνηθισμένη» μορφή.

Ρολόι με αντίθετη κίνηση δεικτών

Όταν δύο ή περισσότερες τεχνολογίες ή πρότυπα αυξανομένων αποδόσεων ανταγωνίζονται για την επικράτηση σε μια αγορά από υποψήφιους χρήστες, ασήμαντα γεγονότα μπορεί να δώσουν κατά τύχη σε μία από αυτές ένα αρχικό προβάδισμα έναντι των υπόλοιπων τεχνολογιών *(ibid)*. Αυτή η τεχνολογία, μπορεί τότε να βελτιωθεί περισσότερο από τις υπόλοιπες, με επακόλουθο να είναι ελκυστικότερη για μεγαλύτερο αριθμό πιθανών χρηστών και, τότε, η συγκεκριμένη τεχνολογία να υιοθετηθεί ακόμη περισσότερο και επομένως να βελτιωθεί ακόμη πιο πολύ *(ibid)*. Κατ' αυτόν τον τρόπο μια τεχνολογία που κατά τύχη αποκτά ένα πρώιμο προβάδισμα στις υιοθετήσεις, μπορεί τελικά να μονοπωλήσει την αγορά των υποψήφιων χρηστών με τις άλλες τεχνολογίες να μένουν εκτός ανταγωνισμού *(ibid)*. Εν γένει, οι τεχνολογίες, ισχυρίζονται ο Arthur (1988, 1989) και ο David (1985, 1992) δεν υπερισχύουν λόγω της ενδογενούς ανωτερότητας τους, παρά μάλλον υπάρχουν άλλοι καθοριστικοί παράγοντες όπως η δυνατότητα που έχει κανείς να κατανοεί και να επιλέγει μια τεχνολογία.

Φυσικά, διαφορετικά «μικρά τυχαία γεγονότα», όπως για παράδειγμα αναπάντεχες επιτυχίες στην απόδοση των πρωτοτύπων, ιδιοτροπίες των αρχικών παραγόντων και δραστών που αναπτύσσουν μια τεχνολογία, πολιτικές συνθήκες, κτλ, μπορεί να ευνοήσουν μια διαφορετική τεχνολογία να αποκτήσει ικανή διείσδυση στην αγορά, δηλαδή διάδοση και υιοθέτηση, και συνεπακόλουθα βελτίωση έτσι ώστε να φτάσει να κυριαρχήσει στην αγορά *(ibid.)*. Επομένως, ο ανταγωνισμός μεταξύ των τεχνολογιών μπορεί να έχει πολλαπλά δυνατά αποτελέσματα. Είναι αρκετά γνωστό ότι τα προβλήματα *καταμερισμού* (*allocation*) με αυξανόμενες αποδόσεις τείνουν να επιδεικνύουν πολλαπλά σημεία ισορροπίας, και έτσι η εμφάνιση πολλαπλών αποτελεσμάτων και σε αυτήν την περίπτωση του ανταγωνισμού τεχνολογιών δεν αποτελεί έκπληξη *(*Arthur, 1989, σ. 116*)*.

Από την άλλη πλευρά, η συμβατική οικονομική θεωρία προσφέρει μια διαφορετική θεώρηση του ανταγωνισμού μεταξύ δύο τεχνολογιών, προτύπων ή προϊόντων που επιτελούν την ίδια λειτουργία (*ibid.*). Ένα ακόμη παράδειγμα, που δίνει ο Arthur (*ibid.*) προέρχεται από το χώρο της παραγωγής ενέργειας και συγκεκριμένα από τον ανταγωνισμό μεταξύ της υδροηλεκτρικής ενέργειας με την παραγωγή ενέργειας από λιγνίτη ή άνθρακα. Καθώς αυξάνεται το πλήθος και το μερίδιο αγοράς των υδροηλεκτρικών εργοστασίων, οι μηχανικοί είναι αναγκασμένοι να εκμεταλλεύονται όλο και μεγαλύτερου κόστους φράγματα, αυξάνοντας την πιθανότητα να καταστεί φτηνότερο ένα αντίστοιχο εργοστάσιο παραγωγής ενέργειας από άνθρακα. Αντίστοιχα, καθώς αυξάνεται το πλήθος και το μερίδιο αγοράς των εργοστασίων άνθρακα, αυξάνεται η τιμής της πρώτης ύλης (άνθρακα) ή προκαλείται η επιβολή ακριβών περιβαλλοντικών μέτρων και τότε η ισορροπία μεταστρέφεται πάλι προς τον υδροηλεκτρισμό. Το αποτέλεσμα αυτής της διαδικασίας είναι συνήθως το μοίρασμα της αγοράς σε μια προβλέψιμη αναλογία που εκμεταλλεύεται κατά τον καλύτερο τρόπο το δυναμικό κάθε τεχνολογίας, σε αντίθεση με ότι συνέβη στο προηγούμενο παράδειγμα της αγοράς των συσκευών video (*ibid.*).

Ωστόσο, η οικονομική θεωρία έχει γνωρίσει τις τελευταίες δεκαετίες μεγάλες εξελίξεις και αλλαγές όσον αφορά την κατανόηση της ανάπτυξης. Το παραδοσιακό μοντέλο ανάπτυξης αντικαταστάθηκε από ένα σύνολο μοντέλων και επιχειρημάτων που είναι γνωστά ως «νέα αναπτυξιακή θεωρία» (Maier, 1998 σ. 1). Αυτές οι αλλαγές είναι πολύ σημαντικές αφού δείχνουν πως οι παραδοχές σαν τις παραπάνω της συμβατικής οικονομικής θεωρίας δεν συμφωνούν με

βασικά φαινόμενα της νέας οικονομίας (*ibid.*). Οικονομολόγοι που ασχολούνται με την οικονομία σε τοπικό επίπεδο, όπως ο Maier (*ibid.*), υιοθέτησαν το μοντέλο του Arthur για να δείξουν πως μικρές αλλαγές στο σύνολο των οικονομικών συνθηκών μπορούν να επιφέρουν μεγάλες αλλαγές στις αναπτυξιακές πολιτικές που εφαρμόζονται και φέρνουν στην επιφάνεια σημαντικούς παράγοντες όπως η χωρική δομή ή η ιστορία μιας περιοχής, που θεωρούνται ασήμαντοι στην συμβατική οικονομική θεωρία της ανάπτυξης. Στην εργασία του ο Maier δείχνει με προσομοίωση πως όταν νέες εταιρείες έχουν να διαλέξουν μεταξύ δύο περιοχών για να εγκατασταθούν και η επιλογή τους εξαρτάται από τον αριθμό των εταιρειών που ήδη υπάρχουν σε μια περιοχή, τότε κάθε περιοχή δεν έχει ίσο αριθμό εταιρειών μετά από πολλές επαναλήψεις του πειράματος (όπως θα συνέβαινε λόγω του νόμου των μεγάλων αριθμών στην περίπτωση που κάθε περιοχή είχε 50% πιθανότητα επιλογής), αλλά αντίθετα συμβαίνει συσσώρευση συντριπτικά περισσότερων εταιρειών σε μία από τις δύο περιοχές. Η διαδικασία, στην οποία οι πιθανότητες καταμερισμού σε κάθε χρονική στιγμή είναι ίσες με το τρέχον μερίδιο ή την τρέχουσα αναλογία, είναι γνωστή ως διαδικασία Polya. Από την θεωρία Polya είναι γνωστό, επίσης, ότι μια τέτοια διαδικασία καταμερισμού όντως καταλήγει σε ένα σταθερό σύνολο αναλογιών μακροχρόνια, αλλά ακριβώς αυτό το διάνυσμα αναλογιών στο οποίο σταθεροποιείται κάθε φορά η διαδικασία «είναι τυχαία επιλεγμένο από μια ομοιόμορφη κατανομή όλων των πιθανών αναλογιών που έχουν άθροισμα 1.0» (Arthur, 1994, σ. 102)

Όπως θα δούμε στα επόμενα κεφάλαια, η διαδικασία που περιγράφουμε εμφανίζει πολλαπλά σημεία ισορροπίας, χωρίς να μπορεί ένας εξωτερικός παρατηρητής να μπορεί να προβλέψει με σιγουριά *ποιο απ' όλα* θα επιλεχθεί τελικά. Τυπικά, η στατική ανάλυση μπορεί να εντοπίσει αυτά τα πολλαπλά σημεία ισορροπίας, αλλά δεν μπορεί να αποφανθεί *ποιο απ' όλα* θα επιλεχθεί τελικά *(ibid)*. Ωστόσο, μια δυναμική προσέγγιση μπορεί να είναι πιο αποτελεσματική, επιτρέποντας την δυνατότητα να συμβαίνουν "τυχαία γεγονότα" κατά τη διάρκεια των υιοθετήσεων, ώστε να μπορεί κανείς να εξετάσει πως αυτά τα γεγονότα επηρεάζουν την "επιλογή" του τελικού αποτελέσματος. Δηλαδή, πως κάποια σύνολα από τυχαία ιστορικά γεγονότα μπορεί να συσσωρευτούν ώστε να οδηγήσουν την διαδικασία προς ένα αποτέλεσμα κατανομής της αγοράς, ενώ άλλα σύνολα να την οδηγήσουν προς άλλα κάποιο άλλο. Επιπλέον, μπορεί να διασαφηνίσει τον τρόπο με τον οποίο εμφανίζονται οι δύο γνωστές ιδιότητες των αυξανομένων αποδόσεων: η *μη-προβλεψιμότητα* (*non-predictability*) και η *πιθανή ανεπάρκεια* (*potential inefficiency*). Η μη-προβλεψιμότητα αναφέρεται στο ότι σε μια διαδικασία επιλογών μεταξύ τεχνολογιών που

χαρακτηρίζονται από αυξανόμενες αποδόσεις μεγεθύνονται «μικρά τυχαία γεγονότα» καθώς συμβαίνουν υιοθετήσεις, έτσι ώστε η γνώση των προδιαθέσεων των πιθανών χρηστών και των πιθανοτήτων των τεχνολογιών να μην είναι ικανές συνθήκες ώστε να προβλέψει κανείς το αποτέλεσμα του ανταγωνισμού. Η έννοια της πιθανής ανεπάρκειας αντικατοπτρίζει το γεγονός ότι οι αυξανόμενες αποδόσεις μπορεί να οδηγήσουν την διαδικασία στην υιοθέτηση και ανάπτυξη μιας τεχνολογίας που έχει υποδεέστερο μακροπρόθεσμο δυναμικό.

Εκτός από τις παραπάνω, υπάρχουν δύο ακόμη ιδιότητες που είναι δυνατό να διερευνηθούν μέσω μιας δυναμικής προσέγγισης: η *έλλειψη ευελιξίας (inflexibility)* και η *μη-εργοδικότητας (non-ergodicity)*. Η έλλειψη ευελιξίας σημαίνει ότι όταν αρχίζει να εμφανίζεται μια επικρατούσα τεχνολογία, τότε σταδιακά η ίδια επικρατεί σε όλη την αγορά. Η μη εργοδικότητα εκφράζει το γεγονός ότι τα «μικρά τυχαία γεγονότα» δεν εξαλείφονται και δεν παραβλέπονται από την δυναμική, τουναντίον μπορεί να είναι καθοριστικής σημασίας για την έκβαση του τελικού αποτελέσματος του ανταγωνισμού.

Πολλά προβλήματα αυξανομένων αποδόσεων μπορούν να αναπαρασταθούν με ένα γενικό μη γραμμικό σχήμα πιθανοτήτων (Arthur, 1994 σ. 6-7). Θεωρούμε ένα δοχείο στο οποίο προσθέτουμε ένα σφαιρίδιο κάθε φορά. Τα σφαιρίδια μπορούν να είναι πολλών δυνατών χρωμάτων. Το χρώμα του σφαιριδίου που θα προστεθεί την επόμενη φορά είναι άγνωστο, αλλά η πιθανότητα να είναι ενός συγκεκριμένου χρώματος εξαρτάται από την αναλογία των χρωμάτων των σφαιριδίων που βρίσκονται ήδη στο τραπέζι εκείνη τη στιγμή. Σε αυτήν την περίπτωση, μια αυξημένη αναλογία σφαιριδίων ενός χρώματος, π.χ. κόκκινου, αυξάνει την πιθανότητα να προστεθεί ένα ακόμη κόκκινο σφαιρίδιο την επόμενη φορά, οπότε το σύστημα αυτό εμφανίζει θετική ανάδραση. Το ερώτημα που τίθεται σε αυτήν την περίπτωση είναι ποια θα είναι η αναλογία κάθε χρώματος μετά από πολλές επαναλήψεις δεδομένης μόνο της συνάρτησης που αντιστοιχίζει τις τρέχουσες αναλογίες των χρωμάτων σε πιθανότητες επιλογής.

Μια ειδική περίπτωση αυτού του προβλήματος αντιμετώπισε και έλυσε ο μαθηματικός George Polya το 1931, στην οποία η πιθανότητα πρόσθεσης ενός χρώματος ήταν πάντα ίση με την τρέχουσα αναλογία του (*ibid.*). Το 1980, οι Αμερικάνοι θεωρητικοί των πιθανοτήτων, Bruce M. Hill, David A. Lane και William D. Sudderth έλυσαν μια πιο γενική, μη γραμμική εκδοχή (*ibid.*). Τέλος, το 1983 οι Σοβιετικοί θεωρητικοί Yuri M. Ermoliev και Yuri M. Kaniovski μαζί

με τον Brian W. Arthur, έδωσαν τη λύση για μια πολύ γενικότερη εκδοχή (*ibid.*). Απέδειξαν ότι, καθώς προστίθενται σφαιρίδια, οι αναλογίες κάθε χρώματος πρέπει να φτάσουν και να παραμείνουν (*settle down*) σε ένα σταθερό σημείο της συνάρτησης πιθανότητας, δηλαδή ένα σύνολο τιμών όπου η πιθανότητα πρόσθεσης κάθε χρώματος ισούται με την αναλογία εκείνου του χρώματος στο τραπέζι. Οι αυξανόμενες αποδόσεις επιτρέπουν την ύπαρξη πολλών τέτοιων συνόλων από σταθερά σημεία (*ibid.*).

Αυτό που απέδειξαν οι Ermoliev, Kaniovski και Arthur είναι ότι μπορούμε να προσδιορίσουμε τα πιθανά μορφώματα ή τις πιθανές λύσεις ενός προβλήματος αυξανόμενων αποδόσεων λύνοντας το σχετικά πιο απλό πρόβλημα της εύρεσης των σταθερών σημείων της συνάρτησης πιθανότητάς του (Arthur, 1994, σ. 6).

II. Το Μοντέλο του Arthur

Στο μοντέλο του, ο Arthur (1989, σ. 117-123) θεωρεί δύο νέες τεχνολογίες Α και Β, που ανταγωνίζονται προκειμένου να υιοθετηθούν από έναν μεγάλο αριθμό από οικονομικούς δράστες (ή μελλοντικούς χρήστες). Για παράδειγμα, σημειώνει ότι η ηλιακή ενέργεια μπορεί να παραχθεί είτε μέσω τεχνολογιών κρυσταλλικής σιλικόνης (*crystalline-silicon*) είτε μέσω τεχνολογιών άμορφης σιλικόνης (*amorphous-silicon*). Συνεπώς, δύο τέτοιες τεχνολογίες μπορεί να ανταγωνίζονται για την επικράτηση σε μια αγορά υποψήφιων χρηστών. Το μοντέλο δεν ασχολείται με τεχνολογίες που προωθούνται ή πατρονάρονται από κάποια εταιρεία ή αποτελούν αποκλειστική τεχνογνωσία κάποιας άλλης. Επομένως θεωρείται ότι οι ανταγωνιζόμενες τεχνολογίες είναι ανοικτές σε όλους. Σε αυτήν την περίπτωση, οι δράστες ή πιθανοί χρήστες είναι απλά καταναλωτές των τεχνολογιών και επιπλέον ενεργούν εμμέσως ή απευθείας ως παράγοντες ανάπτυξης αυτών.

Σε αυτό το μοντέλο, θεωρείται ότι κάθε ένας δράστης *i* εισέρχεται στην αγορά την στιγμή t_i, επιλέγει την τελευταία έκδοση είτε της τεχνολογίας Α είτε της τεχνολογίας Β και έκτοτε την χρησιμοποιεί. Επιπλέον, οι δράστες είναι δύο ειδών:

- *Α-φιλικοί* δηλαδή δράστες που έχουν την φυσική προδιάθεση να επιλέξουν την τεχνολογία Α.
- *Β-φιλικοί*, δηλαδή δράστες που έχουν την φυσική προδιάθεση να επιλέξουν την τεχνολογία Β.

Καθένα είδος από τα δύο αποτελείται από ίσο αριθμό δραστών και είναι ανεξάρτητο του χρόνου επιλογής. Χρησιμοποιούμε τον όρο Α ή Β-φιλικότητα για να διευκρινίσουμε ότι οι δράστες διαφέρουν μεταξύ τους ως προς τις προδιαθέσεις τους, πιθανόν λόγω της χρήσης για την οποία θέλουν την τεχνολογία[1]. Συμβολίζουμε με:

- $a_A > 0$ τη προδιάθεση του Α-φιλικού δράστη ως προς την τεχνολογία Α.
- $b_A > 0$ τη προδιάθεση του Α-φιλικού δράστη ως προς την τεχνολογία Β.
- $a_B > 0$ τη προδιάθεση του Β-φιλικού δράστη ως προς την τεχνολογία Α.

[1] Ο Arthur ονόμαζει τους Α-φιλικούς ως R-δράστες και τους Β-φιλικούς ως S-δράστες

- $b_B > 0$ τη προδιάθεση του Β-φιλικού δράστη ως προς την τεχνολογία Β

Ορισμός

Ένας Α-φιλικός δράστης έχει θετική προδιάθεση προς την Α τεχνολογία και επομένως ισχύει $a_A > b_A$.

Ένας Β-φιλικός δράστης έχει θετική προδιάθεση προς την Β τεχνολογία και επομένως ισχύει $a_B < b_B$.

Η έκδοση της Α ή της Β τεχνολογίας που διαλέγει κάθε χρήστης θεωρείται δεδομένη κατά την στιγμή της επιλογής ώστε το όφελος του να εξαρτάται μόνο από τις παρελθούσες υιοθετήσεις της επιλεγμένης τεχνολογίας από τους προηγούμενους δράστες. Δηλαδή, η απόδοση της επιλογής της Α ή της Β τεχνολογίας από ένα δράστη, δηλαδή η καθαρή τρέχουσα αξία της έκδοσης της τεχνολογίας που είναι διαθέσιμη σε αυτόν, εξαρτάται από τους αριθμούς των προηγούμενων χρηστών n_A και n_B που έχουν υιοθετήσει την Α ή την Β τεχνολογία, αντίστοιχα, κατά την στιγμή της δικής του επιλογής.

Ωστόσο, σύμφωνα με τον Arthur (*ibid*), δεν εμφανίζουν όλες οι τεχνολογίες αυξανόμενες αποδόσεις. Κάποιες φορές οι περισσότερες υιοθετήσεις συνεπάγονται μειούμενες αποδόσεις. Όπως αναφέρθηκε σε προηγούμενο παράδειγμα, η υδροηλεκτρική ενέργεια γίνεται πιο δαπανηρή καθώς γίνονται πιο δυσεύρετες κατάλληλες τοποθεσίες για φράγματα. Επιπλέον, κάποιες τεχνολογίες δεν επηρεάζονται από τις υιοθετήσεις - εμφανίζουν σταθερές αποδόσεις. Ο Arthur συμπεριλαμβάνει και αυτές τις περιπτώσεις στο μοντέλο του, μέσω των συντελεστών r_A και r_B που μπορεί να είναι θετικοί, αρνητικοί ή μηδέν, όταν αντίστοιχα έχουμε αυξανόμενες, μειούμενες ή σταθερές αποδόσεις από τις τεχνολογίες. Συνοπτικά, το μοντέλο του Arthur δίνεται στον παρακάτω πίνακα 1:

Πίνακας 2

	Τεχνολογία Α	*Τεχνολογία Β*
Α-φιλικός δράστης	$a_A - r_A n_A$	$b_A - r_A n_B$
Β-φιλικός δράστης	$a_B - r_B n_A$	$b_B - r_B n_A$

Ένας απλός **αλγόριθμος** για το μοντέλο του Arthur είναι ο εξής:

- Για κάθε δράστη *i* από τους N κάνε τα εξής:
  - Επέλεξε τυχαίο αριθμό $r \in (0, 1)$
  - Εάν $r < 0.5$ τότε:
    - αν $a_A - r_A n_A > b_A - r_A n_B$ θέσε: $n_A = n_A + 1$
    - αλλιώς θέσε: $n_B = n_B + 1$
  - Εάν $r >= 0.5$ τότε:
    - Αν $a_B - r_B n_A > b_B - r_B n_A$ θέσε: $n_A = n_A + 1$
    - αλλιώς θέσε: $n_B = n_B + 1$

Τι εννοεί, όμως, ο Arthur όταν αναφέρεται στην "τύχη" ή αλλιώς στα μικρά "τυχαία ιστορικά γεγονότα"; Με αυτά εννοεί ότι, εάν διέθετε κανείς απείρως λεπτομερή γνώση για τα παρελθόντα γεγονότα και συνθήκες που μπορεί να επηρεάζουν τις επιλογές δραστών μεταξύ ανταγωνιστικών τεχνολογιών – για παράδειγμα, πολιτικά συμφέροντα, πρότερη εμπειρία των παραγόντων ανάπτυξης των τεχνολογιών, η συγκυρία των συμφωνιών, κτλ – τότε θα ήταν πιθανώς εφικτό να προσδιορισθεί εκ των προτέρων το τελικό μερίδιο αγοράς κάθε τεχνολογίας. Ωστόσο, η περιορισμένη δύναμη ενός παρατηρητή να διακρίνει όλα αυτά τα γεγονότα, μπορεί να οδηγεί τελικά σε απροσδιοριστία ως προς το τελικό αποτέλεσμα του ανταγωνισμού. Επομένως, τα "μικρά ιστορικά γεγονότα" ορίζονται από τον Arthur ως όλα εκείνα τα γεγονότα ή συνθήκες που είναι εκτός της εκ των προτέρων γνώσης του παρατηρητή.

Στο μοντέλο του Arthur, ο παρατηρητής διαθέτει πλήρη γνώση για όλες τις συνθήκες και τις συναρτήσεις αποδόσεων, χωρίς ωστόσο να γνωρίζει το σύνολο των γεγονότων που καθορίζουν τις χρονικές στιγμές $\{t_i\}$ της *εισόδου στην αγορά και επιλογής* των δραστών. Επομένως, θεωρείται ότι ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται την σειρά επιλογής σαν μια δυαδική ακολουθία από Α-φιλικούς και Β-φιλικούς δράστες, που έχει την ιδιότητα ένας Α-φιλικός δράστης ή ένας Β-φιλικός δράστης να είναι *n*-ιοστός στην σειρά επιλογής με ίση πιθανότητα 1/2.

Το μοντέλο αυτό, όπως το χαρακτηρίζει ο Arthur *(ibid)*, είναι ένα απλό νεοκλασικό μοντέλο καταμερισμού (*allocation)*, όπου δύο ειδών δράστες επιλέγουν μεταξύ δύο τεχνολογιών Α και Β,

με τον κάθε ένα δράστη να επιλέγει αυτήν που προτιμά *όταν έρθει η σειρά του.* Οι συναρτήσεις αποδόσεων είναι γνωστές και δίνονται από τον πίνακα 1. Επιπλέον, είναι γνωστή και η ζήτηση, αφού κάθε δράστης ζητά μόνο μία μονάδα. Το μόνο στοιχείο, επομένως, το οποίο παραμένει ανοικτό αφορά το σύνολο των ιστορικών γεγονότων που προσδιορίζουν την αλληλουχία των δραστών με την οποία "προσέρχονται" στην αγορά για να κάνουν την επιλογή τους. Τα ενδιαφέροντα σημεία στο μοντέλο του Arthur είναι:

- Τα αποτελέσματα ή μερίδια υιοθετήσεων όσον αφορά τις διαφορετικές περιπτώσεις των αυξανομένων, μειούμενων και σταθερών αντίστοιχα αποδόσεων.
- Αν οι διακυμάνσεις στην σειρά των υιοθετήσεων που οφείλονται στα "μικρά γεγονότα" έχουν ως αποτέλεσμα διαφορετικά μερίδια υιοθετήσεων.

Μια διαδικασία, σαν την παραπάνω που περιγράφεται από το μοντέλο του Arthur, μπορεί να χαρακτηριστεί ως προς την εμφάνιση ή όχι των εξής ιδιοτήτων:

- **Προβλεψιμότητα** (*predictability*). Μια διαδικασία λέγεται *προβλέψιμη,* αν ο μικρός βαθμός αβεβαιότητας λόγω των τυχαίων γεγονότων "εξαλείφεται σταδιακά" έτσι ώστε ο παρατηρητής να διαθέτει αρκετή πληροφορία για να μπορεί να προσδιορίσει εκ των προτέρων επακριβώς τα μερίδια αγοράς σε μακροπρόθεσμη βάση.
- **Ευκαμψία** *(flexibility).* Μια διαδικασία εμφανίζει *ευκαμψία* όταν κάποιο γεγονός, όπως μια επιδότηση ή αλλαγή φορολογίας σε μια τεχνολογία, μπορεί πάντοτε να επηρεάσει τις μελλοντικές επιλογές της αγοράς.
- **Εργοδικότητα** *(ergodicity).* Μια διαδικασία θα καλείται *εργοδική* ή μη-εξαρτώμενη από το μονοπάτι, όταν διαφορετικές αλληλουχίες ιστορικών γεγονότων οδηγούν στο ίδιο τελικό αποτέλεσμα την αγορά με πιθανότητα 1
- **Επάρκεια από το μονοπάτι** *(path-efficiency).* Η επάρκεια από το μονοπάτι υφίσταται σε μια διαδικασία, όταν σε όλες τις χρονικές στιγμές η ίση ανάπτυξη (ίση υιοθέτηση) της τεχνολογίας που έχει μείνει πίσω σε υιοθετήσεις δεν θα μπορούσε να είχε αποδώσει καλύτερα. Συγκεκριμένα, στο μοντέλο καταμερισμού του Arthur, οι επιλογές ορίζουν ένα "μονοπάτι" ή αλληλουχία από εκδόσεις των τεχνολογιών Α και Β που υιοθετούνται ή "αναπτύσσονται", με τους αρχικούς χρήστες να

προσανατολίζουν πιθανώς την διαδικασία προς ένα μονοπάτι ανάπτυξης που είναι σωστό για εκείνους, αλλά να μην ισχύει το ίδιο για τους μελλοντικούς χρήστες.

Τι συμβαίνει στην πράξη με αυτό το μοντέλο; Όπως αναφέραμε και πρωτύτερα, η ακολουθία των δυο ειδών δραστών είναι άγνωστη στον παρατηρητή της διαδικασίας. Οι Α-φιλικοί δράστες, οι οποίοι έχουν φυσική προτίμηση για την τεχνολογία Α, θα υιοθετήσουν την τεχνολογία Β, μόνο αν οι συνολικές προηγούμενες υιοθετήσεις δώσουν προβάδισμα σε αυτήν την τεχνολογία τόσο σε αριθμούς όσο και σε αξία. Πόσο πρέπει να είναι αυτό το προβάδισμα; Αν με d_n συμβολίσουμε η διαφορά $(n_A - n_B)$, τότε ένας Α-φιλικός δράστης θα «αλλάξει στρατόπεδο» μόνο αν:

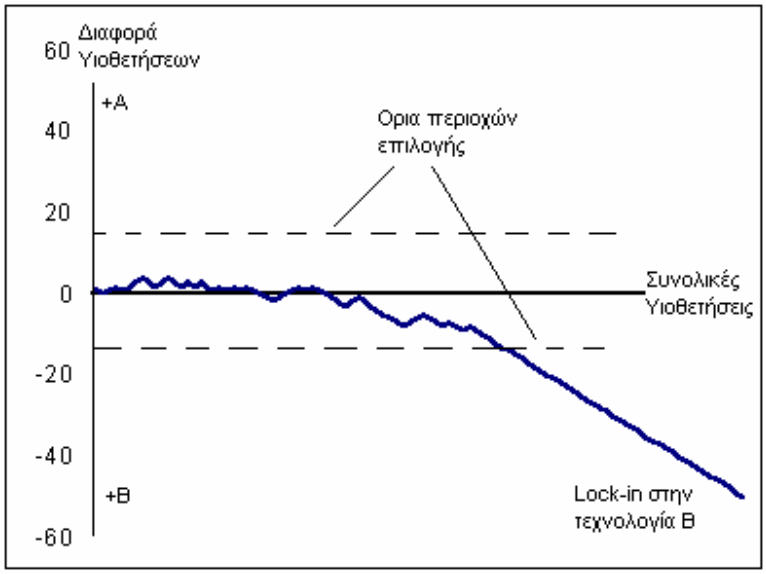
$$d_n = n_A - n_B < \frac{b_A - a_A}{r_A} \qquad [1]$$

Όμοια, οι Β-φιλικοί δράστες, έχοντες φυσική προτίμηση για την τεχνολογία Β, θα επιλέξουν την τεχνολογία Α, μόνο αν αυτή η τεχνολογία έχει αποκτήσει μεγάλο προβάδισμα σε υιοθετήσεις και συνεπώς αξία σε σχέση με την τεχνολογία Β. Όπως και πριν, αυτό θα συμβεί όταν:

$$d_n = n_A - n_B > \frac{b_B - a_B}{r_B} \qquad [2]$$

Στο σχήμα 1 έχουμε την γραφική παράσταση του d_n σε σχέση με τον συνολικό αριθμό των υιοθετήσεων. Οι σχέσεις [1] και [2] αποτελούν ικανές συνθήκες για να έχουμε επικράτηση ή «κλείδωμα» (*lock-in*) μίας από τις δύο τεχνολογίες, αφού αν σε κάποιο σημείο της διαδικασίας ικανοποιηθεί κάποια από τις δύο σχέσεις [1] και [2], τότε και τα δύο είδη δραστών επιλέγουν την ίδια τεχνολογία, με αποτέλεσμα εκείνη η τεχνολογία να αυξάνει περισσότερο την πρωτοκαθεδρία της. Συνεπώς, οι παραπάνω σχέσεις καθορίζουν τρεις διαφορετικές περιοχές[2] στο σχήμα 1 ως προς την επιλογή που μπορεί να κάνει ένας δράστης, ανάλογα με το είδος του. Στο πάνω μέρος του σχήματος, όπου ισχύει η [2], και τα δύο είδη δραστών επιλέγουν την Α. Στην ενδιάμεση περιοχή, οι Α-φιλικοί επιλέγουν την Α και οι Β-φιλικοί την Β τεχνολογία. Στην κατώτερη περιοχή, όπου ισχύει η [1], και τα δύο είδη δραστών επιλέγουν την Β.

[2] Η οριοθέτηση των περιοχών επιλογής εξαρτάται προφανώς από τις τιμές των παραμέτρων στις σχέσεις [1] και [2]. Στην συγκεκριμένη περίπτωση έχουμε θέσει: a_A=0.8, b_B=0.2, b_A=0.2, b_B=0.8 και r_A=0.06, r_B=0.06



Σχήμα 1

Οπότε, οι σχέσεις [1], [2] περιγράφουν δύο φράγματα απορρόφησης της διαδικασίας υιοθετήσεων στο επίπεδο (d_n, n). Όταν η τυχαία κίνηση του d_n, φτάσει σε ένα από τα δύο τότε η διαδικασία παύει να περιλαμβάνει υιοθετήσεις και από τις δύο τεχνολογίες, οπότε μπορούμε να πούμε ότι η διαδικασία «κλειδώνει» σε μια τεχνολογία. Άρα η διαδικασία υιοθετήσεων μεταξύ δύο ανταγωνιστικών τεχνολογιών με αυξανόμενες αποδόσεις γίνεται ένας τυχαίος περίπατος με απορροφητικά φράγματα.

Αν εξετάσουμε ως προς τις τέσσερις ιδιότητες την διαδικασία υιοθετήσεων που περιγράφεται σε αυτό το μοντέλο, θα καταλήξουμε ότι η διαδικασία είναι:

- *Μη προβλέψιμη*, αφού ο παρατηρητής μπορεί να προβλέψει μεν ότι μία από τις δύο τεχνολογίες τελικά θα «κλειδώσει» όλη την αγορά, αλλά δεν ξέρει με ακρίβεια ποια από τις δύο θα είναι αυτή. Π.χ. το τελικό μερίδιο της τεχνολογίας Α θα είναι 0 ή 100%, αλλά κάθε μία από τις δύο προβλέψεις θα είναι λανθασμένη με πιθανότητα ½.
- *Μη εύκαμπτη*, γιατί όταν η διαδικασία απορροφηθεί από την Α ή την Β, τότε το ύψος της επιδότησης ή παρέμβασης, που απαιτείται για να αλλάξουν τα όρια [1] και [2] που επηρεάζουν τις υιοθετήσεις, αυξάνει δίχως όριο.

- *Μη εργοδική (ή εξαρτώμενη από το μονοπάτι)*, αφού τα «μικρά γεγονότα» που καθορίζουν τους χρόνους άφιξης t_i κάθε δράστη στην αγορά είναι αποφασιστικής σημασίας για την εξέλιξη των μεριδίων αγοράς κάθε τεχνολογίας. Για παράδειγμα, κάποιο μέρος της ακολουθίας των δραστών οδηγεί σε προβάδισμα της Α τεχνολογίας, ενώ κάποιο άλλο μέρος της ακολουθίας οδηγεί σε προβάδισμα της Β. Βέβαια, υπάρχει το ενδεχόμενο η ακολουθία να αποτελείται από έναν Α-φιλικό δράστη, που ακολουθείται από έναν Β-φιλικό, που ακολουθείται από ένα Α φιλικό, κοκ, που θα οδηγούσε σε μοίρασμα της αγοράς, αλλά ένα τέτοιο ενδεχόμενο έχει πιθανότητα μηδέν.
- *Μη επαρκής ως προς το μονοπάτι*, γιατί μπορεί να συμβεί κλείδωμα της αγοράς σε μια τεχνολογία που είναι κατώτερη από την ανταγωνιστική της. Για παράδειγμα, αν η αγορά «κλειδώσει» στην τεχνολογία Α, τότε οι Α-φιλικοί δράστες δεν χάνουν σε απόδοση, αλλά δεν συμβαίνει το ίδιο με τους Β-φιλικούς που θα είχαν κερδίσει ο καθένας $b_B - a_B$ αν ήταν διαθέσιμη και η τεχνολογία Β που προτιμούν. Συνεπώς, για τους Β-φιλικούς δράστες η επικρατούσα τεχνολογία Α είναι σαφώς κατώτερη σε απόδοση σε σχέση με την απόδοση της Β, αν η τελευταία υπήρχε ακόμα στην αγορά.

III. Το Μοντέλο του Watts

Στο κεφάλαιο αυτό περιλαμβάνουμε τα βασικότερα σημεία του μοντέλου καθολικών διαδόσεων (*global cascades*) του Watts (2002). Το μοντέλο που θα παρουσιάσουμε στο επόμενο κεφάλαιο έχει παρόμοιο βασικό πυρήνα με το μοντέλο καθολικών διαδόσεων (κ.δ.) του Watts (2002).

Αφετηρία της εργασίας του Watts είναι οι μεγάλες και σπάνιες διαδόσεις που ενεργοποιούνται από μικρά αρχικά γεγονότα, ένα φαινόμενο που εκδηλώνεται σε μια ποικιλία πεδίων: πολιτισμικές μόδες, συλλογική δράση, διάχυση των προτύπων και νεωτερισμών, διαδιδόμενες αστοχίες στα δίκτυα υποδομής και οργάνωσης (σ. 5766). Τα παρακάτω ερωτήματα υποδηλώνουν τέτοια φαινόμενα μεγάλων διαδόσεων (*ibid.*):

- Πως γίνεται μικρά αρχικά γεγονότα να μπορούν να διαδοθούν τόσο ώστε να επηρεάσουν ή διαλύσουν μεγάλα συστήματα που έχουν αποδειχτεί σταθερά σε παρόμοιες διαταραχές στο παρελθόν (Gladwell, 2000);
- Γιατί κάποια βιβλία ή ταινίες με χαμηλή επένδυση στο marketing αναδύονται από την αφάνεια και κάνουν τεράστιες πωλήσεις;
- Γιατί οι χρηματαγορές εμφανίζουν περιστασιακά μεγάλες διαταραχές που δεν μπορεί να ανιχνευθούν στην ύπαρξη κάποιας σημαντικής πληροφορίας (Shiller, 1995);
- Γιατί μεγάλα λαϊκά κινήματα εμφανίζονται χωρίς κεντρικό έλεγχο ή δημόσια επικοινωνία (Lohmann, 1994);

Αυτά τα φαινόμενα είναι παραδείγματα πληροφοριακών διαδόσεων στην οικονομική θεωρία (Bikhchandani *et al.* 1992) και ο Watts τα αποκαλεί καθολικές διαδόσεις (κ.δ). Σε αυτές τις κ.δ., τα άτομα σε έναν πληθυσμό εμφανίζουν συμπεριφορά που μοιάζει με όχλο ή αγέλη, διότι λαμβάνουν αποφάσεις βασιζόμενοι στις πράξεις άλλων δραστών παρά στις δικές τους πληροφορίες σχετικά με το θέμα (Watts, 2002, σ. 5766). Αν και παράγονται από πολυποίκιλους μηχανισμούς, οι διαδόσεις σε κοινωνικά και οικονομικά συστήματα (Lohmann, 1994; Aguirre et al. 1988; Schelling, 1973) είναι παρόμοιες με τις διαδιδόμενες αστοχίες σε δίκτυα φυσικής υποδομής (Kosterev et al., 1999; Sachtjen *et al.* 2000) και πολύπλοκους οργανισμούς (Perrow,

1984) ως προς το γεγονός ότι οι αρχικές αστοχίες αυξάνουν την πιθανότητα των επόμενων γεγονότων και οδηγούν σε τελικά αποτελέσματα, όπως γενικευμένα black-out σε συστήματα μεταφοράς ενέργειας, τα οποία είναι ιδιαίτερο δύσκολο να προβλεφθούν, ακόμα και όταν οι ιδιότητες των ξεχωριστών συνιστωσών είναι αρκετά γνωστές (Watts, 2002, σ. 5766).

Ίδιας σημασίας, αν και όχι ίδιας αξίας δημοσίευσης με τις κ.δ., είναι το γεγονός ότι ακριβώς τα ίδια συστήματα συστηματικά εμφανίζουν τεράστια σταθερότητα στην παρουσία συνεχών μικρών αστοχιών και προσβολών που είναι τουλάχιστον το ίδιο μεγάλες όσο εκείνες που τελικά παράγουν μια καθολική διάδοση-αποτυχία (*ibid.*). Επομένως, οι κ.δ. μπορεί να θεωρηθούν σαν μια συγκεκριμένη εκδήλωση της *σθεναρούς αλλά εύθραυστης* φύσης αρκετών πολύπλοκων συστημάτων (Carlson & Doyle, 1999): ένα σύστημα μπορεί να εμφανίζεται σταθερό για μεγάλα χρονικά διαστήματα αντέχοντας πολλές εξωτερικές προσβολές (σθεναρό), αλλά αναπάντεχα και προφανώς ανεξήγητα παρουσιάζουν μια καθολική κατάρρευση (εύθραυστο) (Watts, 2002, σ. 5766.).

Μολονότι οι κοινωνικοί, οικονομικοί και φυσικοί μηχανισμοί, που είναι υπεύθυνοι για τις εμφανίσεις των διαδόσεων, είναι πολύπλοκοι και ποικίλουν αρκετά ανάμεσα στα διάφορα συστήματα και ακόμη ανάμεσα σε κ.δ. στο ίδιο σύστημα, ο Watts προτείνει ότι μερικά από τα γενικά γνωρίσματα των κ.δ. μπορούν να εξηγηθούν με όρους συνδετικότητας του δικτύου μέσω του οποίου διαδίδεται η επιρροή στα άτομα (*ibid.*). Πιο συγκεκριμένα, ο Watts στρέφει την προσοχή του στις ποιοτικές παρατηρήσεις ότι (*ibid.*):

- Οι κ.δ. μπορεί να ενεργοποιηθούν από εξωγενείς προσβολές που είναι ιδιαίτερα μικρές σε σχέση με το μέγεθος του συστήματος
- Οι κ.δ. συμβαίνουν σχετικά σπάνια σε σχέση με τον αριθμό των προσβολών που δέχεται ένα σύστημα, και μπορεί να προκληθούν από προσβολές που είναι a priori μη-διακρινόμενες από προσβολές που δεν προκαλούν κ.δ.

Το μοντέλο του Watts βασίζεται και αυτό στην θεώρηση ενός πληθυσμού ατόμων, καθένας από τους οποίους πρέπει να εκλέξει μεταξύ δυο διαφορετικών πράξεων (δυαδική απόφαση). Η απόφαση κάθε δράστη εξαρτάται ρητά στις πράξεις των υπολοίπων μελών του πληθυσμού.

Σε κοινωνικά και οικονομικά συστήματα, εκείνοι που λαμβάνουν αποφάσεις συχνά παρακολουθούν ο ένας τον άλλον, διότι έχουν περιορισμένη πληροφορία για το πρόβλημα καθεαυτό ή περιορισμένη ικανότητα επεξεργασίας της πληροφορίας που έχουν διαθέσιμη (Schelling, 1973). Λόγου χάρη, όταν αποφασίζει κανείς ποια ταινία να δει στον κινηματογράφο (De Vany & Walls, 1996) ή σε ποιο εστιατόριο να φάει (Banerjee, 1992), έχει συχνά πολύ λίγες πληροφορίες για να αξιολογήσει τις εναλλακτικές επιλογές του οπότε συχνά βασίζεται στις συστάσεις φίλων ή απλώς επιλέγει την ταινία ή το εστιατόριο στο οποίο πηγαίνει ο περισσότερος κόσμος (Watts, 2002, σ. 5766.). Αλλά ακόμη και όταν κανείς έχει πρόσβαση σε αρκετές πληροφορίες, όπως π.χ. όταν αξιολογεί νέες τεχνολογίες, υποψήφιους υπαλλήλους, κτλ, συχνά βρίσκεται σε αδυναμία να βγάλει νόημα. Οπότε, βασίζεται ξανά στις συμβουλές έμπιστων φίλων, συνεργατών ή συμβούλων (*ibid.*) Σε άλλα σενάρια λήψης αποφάσεων, όπως η συλλογική δράση (Lohmann, 1994) ή τα κοινωνικά διλλήματα (Glance & Huberman, 1993), η ανταμοιβή (*payoff*) ενός ατόμου είναι ρητά συνάρτηση των πράξεων των υπόλοιπων. Τέλος, όπως αναφέρθηκε στα προηγούμενα κεφάλαια, το ίδιο μπορεί να συμβαίνει στον ανταγωνισμό δύο νέων τεχνολογιών (Arthur, 1989) ή στην διάχυση μιας νέας τεχνολογίας, ώστε π.χ. η χρησιμότητα (*utility*) μιας συσκευής φαξ μπορεί να εξαρτάται από τον αριθμών των όμοιων συσκευών που έχουν πωληθεί (Watts, 2002, σ. 5766.).

Με οικονομικούς όρους, τα προβλήματα αυτά είναι γνωστά ως δυαδικές αποφάσεις με εξωτερικευσιμότητες (*externality*) (*ibid.*). Όσο απλοϊκό κι αν φαίνεται, το πλαίσιο των δυαδικών αποφάσεων έχει συνάφεια με εκπληκτικά πολύπλοκα προβλήματα. Οι παράγοντες που επηρεάζουν την απόφαση μπορεί να είναι πολλοί, ωστόσο η ίδια η απόφαση είναι δυαδική: η συμμετοχή ή όχι σε έναν πολιτικό σχηματισμό, η εκλογή ανάμεσα σε δύο πρότυπα (ή τεχνολογίες), η επιλογή ανάμεσα σε δύο εστιατόρια κ.α.

Οι ακριβείς μηχανισμοί απόφασης και οι απαρχές της εξωτερικευσιμότητας μπορεί να ποικίλουν από πρόβλημα σε πρόβλημα, ωστόσο σε πολλές περιπτώσεις που έχουν μελετηθεί, όπως μόδες (Gladwell, 2000; Bikhchandani *et al.* 1992), εξεγέρσεις (Grannovetter, 1978), εγκληματικότητα (Glaeser *et al.*, 1996), ανταγωνιζόμενες τεχνολογίες (Arthur, 1989), διάχυση καινοτομιών (Valente, 1995; Arthur & Lane, 1993), κτλ, η δυαδική απόφαση ενός δράστη μπορεί να θεωρηθεί σαν συνάρτηση αποκλειστικά του *σχετικού* αριθμού των άλλων δραστών που έχει παρατηρήσει να εκλέγουν την μία εναλλακτική επιλογή έναντι της άλλης (Schelling, 1973).

Και επειδή αρκετές αποφάσεις είναι σύμφυτα μεγάλου κόστους απαιτώντας αφοσίωση χρόνου και πόρων, η σχετική συνάρτηση απόφασης (ή εκλογής) συχνά εμφανίζει μια μορφή ισχυρά σχετιζόμενη με *κατώφλια*. Δηλαδή οι δράστες εμφανίζουν αδράνεια στην αλλαγή καταστάσεων, αλλά όταν βρεθεί *ικανός αριθμός γειτονικών δραστών με την ίδια κατάσταση*, τότε ακόμα και η απόφαση ενός μεμονωμένου γείτονα μπορεί να τους οδηγήσει από τη μία κατάσταση στην άλλη. Αυτός ο ικανός αριθμός γειτονικών δραστών καλείται *κατώφλι* κάθε δράστη.

Προκειμένου να συλλάβει τα ουσιαστικά γνωρίσματα των κ.δ. που περιγράφηκαν προηγουμένως, ο Watts θεωρεί τον εξής κανόνα δυαδικής εκλογής με εξωτερικευσιμότητα: Ένας μεμονωμένος δράστης παρατηρεί τις τρέχουσες καταστάσεις (0 ή 1) *k* δραστών, που είναι οι γείτονές του και υιοθετεί την κατάσταση 1 εάν τουλάχιστον ένα κλάσμα *φ* των *k* γειτόνων του είναι στην κατάσταση 1, αλλιώς υιοθετεί την κατάσταση 0 (Watts, 2002, σ. 5767). Το κλάσμα αυτό είναι το κατώφλι του κάθε δράστη.

Για τον συνυπολογισμό διαφοροποιήσεων στην γνώση, στις προτιμήσεις και στις παρατηρητικές ικανότητες ανάμεσα στα μέλη του πληθυσμού των δραστών, ο Watts επιτρέπει αμφότερα το κατώφλι και τον αριθμοί των γειτόνων κάθε δράστη να είναι ετερογενή. Κατ' αρχήν, σε κάθε δράστη απονέμεται ένα κατώφλι *φ* που έχει προκύψει με τυχαίο τρόπο από μια κατανομή *f(φ)* που ορίζεται στο [0,1] και είναι κανονικοποιημένη ώστε $\int_0^1 f(\phi)d\phi = 1$, αλλά αυθαίρετη. Κατόπιν, κατασκευάζεται ένα δίκτυο *n* δραστών, στο οποίο κάθε δράστης συνδέεται με *k* δράστες με πιθανότητα p_k και ο μέσος αριθμός γειτόνων είναι $\langle k \rangle = z$ (*ibid.*).

Στην εργασία του ο Watts παρουσιάζει μια πιθανή εξήγηση του φαινομένου κ.δ. με όρους ενός αραιού, τυχαίου δικτύου αλληλεπιδρώντων δραστών των οποίων οι αποφάσεις καθορίζονται από τις δράσεις των γειτόνων τους σύμφωνα με τον κανόνα κατωφλιού (*threshold rule*) (Watts, 2002, σ. 5766) Ταυτοποιεί δύο περιστάσεις κάτω από τις οποίες το δίκτυο είναι ευάλωτο σε πολύ μεγάλες διαδόσεις, δηλαδή κ.δ., που συμβαίνουν σπάνια. Όταν ο πολλαπλασιασμός των διαδόσεων περιορίζεται από την συνδετικότητα (*connectivity*) του δικτύου, τότε τα μεγέθη των διαδόσεων εμφανίζουν μια εκθετική κατανομή. Όταν, αντίθετα, το δίκτυο έχει μεγάλη συνδετικότητα, τότε ο πολλαπλασιασμός των διαδόσεων περιορίζεται από την τοπική

σταθερότητα των ίδιων των κόμβων, και η κατανομή των μεγεθών των διαδόσεων είναι bimodal, υποδηλώνοντας ένα πιο ακραίο είδος αστάθειας που αντιστοίχως είναι δυσκολότερο να αντιμετωπιστεί. Στην πρώτη περίσταση, όπου η κατανομή των δικτυακών γειτόνων είναι υψηλά ασύμμετρη, ο Watts καταλήγει στο συμπέρασμα ότι οι περισσότερο συνδεδεμένοι δράστες (οι κόμβοι με τον μεγαλύτερο βαθμό) έχουν πολύ μεγαλύτερη πιθανότητα να προκαλέσουν κ.δ. από τους μέσους κόμβους. Δεν συμβαίνει το ίδιο στην δεύτερη περίπτωση. Τέλος, ο Watts δείχνει ότι η ετερογένεια παίζει έναν αμφίσημο ρόλο στον καθορισμό της σταθερότητας του συστήματος. Περισσότερο ετερογενή κατώφλια κάνουν το σύστημα πιο τρωτό σε κ.δ. Ωστόσο, όσο περισσότερο ετερογενής είναι η κατανομή των βαθμών των κόμβων τόσο λιγότερο ευάλωτο γίνεται το σύστημα (*ibid.*).

IV. Στοιχεία Κοινωνικών Δικτύων και Γραφημάτων

1. Κοινωνικά δίκτυα

Η έννοια των κοινωνικών δικτύων και η μεθοδολογία της ανάλυσής τους έχουν τραβήξει το ενδιαφέρον όσων μελετούν κοινωνικά και άλλα φαινόμενα στις τελευταίες δεκαετίες (Scott, 2000, σ. 1). Η ανάλυση των κοινωνικών δικτύων είναι ένα σχετικά πρόσφατο σύνολο εργαλείων για την συστηματική μελέτη της κοινωνικής δομής (Degenne & Forse, 1999). Μεγάλο μέρος της σημασίας στην ανάλυση των κοινωνικών δικτύων που δίνουν οι επιστήμες που ασχολούνται με κοινωνικά, οικονομικά και πολιτικά φαινόμενα οφείλεται στην εστίαση αυτής της ανάλυσης στις *σχέσεις* μεταξύ των κοινωνικών οντοτήτων, στα μορφώματα που δημιουργούν αυτές οι σχέσεις καθώς και στις συνέπειες που μπορεί να έχουν (Wasserman & Faust, 1994). Η παρουσία αυτών των μορφωμάτων και κανονικοτήτων στις σχέσεις μεταξύ των κοινωνικών οντοτήτων καθορίζει την δομή ενός δικτύου. Ο ακριβής φορμαλιστικός καθορισμός των κοινωνικών, οικονομικών και πολιτικών όψεων του περιβάλλοντος που παρέχει η ανάλυση των κοινωνικών δικτύων δίνει απαντήσεις σε κλασσικά ερωτήματα που απασχολούν τις κοινωνικές και οικονομικές επιστήμες (*ibid.*).

Θεμελιώδεις έννοιες στην θεωρία των κοινωνικών δικτύων είναι οι εξής (Wasserman & Faust, 1994, σ. 17-20):

- Οι *δράστες (agents)*, που είναι διακριτές μεμονωμένες, εταιρικές ή συλλογικές μονάδες. Δράστες μπορεί να είναι άτομα σε μια ομάδα, τμήματα σε μια επιχείρηση, επιχειρήσεις ενός τομέα, κράτη στο παγκόσμιο σύστημα, κοκ. Συνήθως, στην ανάλυση θεωρούνται δράστες του ίδιου τύπου αν και υπάρχουν μέθοδοι που επιτρέπουν την ανάλυση δραστών διαφορετικών επιπέδων, ειδών ή συνόλων.
- Οι *δεσμοί* μέσω των οποίων συνδέονται ζεύγη δραστών. Οι δεσμοί ορίζονται από το είδος της σχέσης που υπάρχει μεταξύ δύο δραστών. Για παράδειγμα, οι δεσμοί μπορεί να είναι: αξιολόγηση ενός δράστη από έναν άλλο, μεταφορές υλικών αγαθών, κοινωνική συσχέτιση, αλληλεπίδραση, φυσική διασύνδεση, κοκ.

- Η *ομάδα*, που είναι ένα πεπερασμένο σύνολο ή σύνολα δραστών που θεωρούμε σε μια ανάλυση ενός κοινωνικού δικτύου σαν το πεπερασμένο σύνολο από άτομα στο οποίο μπορούμε να κάνουμε δικτυακές μετρήσεις.
- Η *σχέση* είναι το σύνολο από δεσμούς συγκεκριμένου είδους ανάμεσα στους δράστες-μέλη της ομάδας. Για παράδειγμα, το σύνολο των συγγενικών δεσμών ανάμεσα στα μέλη μιας ομάδας καθορίζει μια σχέση, ενώ το σύνολο των δεσμών φιλίας καθορίζει μια άλλη. Επομένως, για μια δεδομένη ομάδα δραστών μπορούμε να θεωρούμε και να υπολογίζουμε αρκετές και διαφορετικές μεταξύ τους σχέσεις. Ενώ οι δεσμοί αφορούν ζεύγη δραστών, οι σχέσεις αφορούν το σύνολο όλων των δεσμών ενός συγκεκριμένου είδους.

Μπορούμε τώρα να ορίσουμε τι είναι ένα κοινωνικό δίκτυο. Ένα κοινωνικό δίκτυο αποτελείται από ένα πεπερασμένο σύνολο ή σύνολα από δράστες και την σχέση ή τις σχέσεις που προσδιορίζονται από αυτούς. Επομένως, η βασική αρχή που καθιστά την ανάλυση των κοινωνικών δικτύων ως διακριτή ερευνητική προοπτική είναι η σημασία των σχέσεων μεταξύ αλληλεπιδρώντων μονάδων ή οντοτήτων (ibid.). Κεντρικές, επίσης, αρχές για τα κοινωνικά δίκτυα και την ανάλυσή τους είναι οι εξής (Wasserman & Faust, 1994, σ. 4):

- Οι *δράστες* και οι πράξεις τους θεωρούνται αλληλοεξαρτώμενοι παρά ανεξάρτητες, αυτόνομες μονάδες.
- Οι *συσχετίσεις* ή *δεσμοί* μεταξύ των δραστών είναι κανάλια μεταφοράς, ροής ή διάδοσης αγαθών (υλικών ή όχι).
- Τα δικτυακά μοντέλα συλλαμβάνουν την δομή (κοινωνική, οικονομική, κτλ) σαν μορφώματα σχέσεων μεταξύ των δραστών.

Τέλος, οι ερευνητές που ασχολούνται με την μελέτη των κοινωνικών φαινομένων διακρίνουν δύο κύριες κατηγορίες δεδομένων (Scott, 2000, σ. 2-3):

- Τα *δεδομένα ιδιοτήτων* που σχετίζονται με τις εγγενείς νοοτροπίες, απόψεις και συμπεριφορές των δραστών στο βαθμό που αυτές θεωρούνται σαν ιδιότητες και χαρακτηριστικά που ανήκουν σε αυτούς σαν άτομα ή ομάδες ατόμων.

- Τα *σχεσιακά δεδομένα* που είναι οι επαφές, οι δεσμοί, οι συνδέσεις, κοκ, που συσχετίζουν έναν δράστη με έναν άλλον και επομένως δεν μπορούν να θεωρηθούν σαν εγγενείς ιδιότητες των δραστών. Οι σχέσεις δεν είναι ιδιότητες των δραστών, αλλά ιδιότητες συστημάτων δραστών.

2. Γραφήματα (γράφοι)

Τα γραφήματα έχουν χρησιμοποιηθεί ευρύτατα στην ανάλυση των κοινωνικών δικτύων σαν ένα μέσο οπτικής αναπαράστασης των σχέσεων ανάμεσα στους δράστες, ποσοτικοποίησης σημαντικών δομικών ιδιοτήτων και ανίχνευσης μορφωμάτων που αλλιώς μπορεί να παρέμεναν στην αφάνεια. Γενικότερα, η θεωρία των γραφημάτων είναι πολύ σημαντική για την αυστηρή περιγραφή των κοινωνικών δικτύων (Degenne & Forse 1999, Scott 2000). Τρεις είναι οι κυριότεροι λόγοι για την χρησιμότητα αυτή (Wasserman & Faust, 1994, σ. 93):

- Η θεωρία γραφημάτων παρέχει ένα λεξιλόγιο για την σήμανση και ταυτοποίηση πολλών κοινωνικών δομικών ιδιοτήτων, και επιπλέον δίνει τις θεμελιώδεις έννοιες που είναι προαπαιτούμενες για την ακριβή αναφορά αυτών των ιδιοτήτων.
- Η θεωρία γραφημάτων δίνει εκείνες τις μαθηματικές μεθόδους και ιδέες με τις οποίες μπορούν να ποσοτικοποιηθούν και να μετρηθούν αυτές οι δομικές ιδιότητες.
- Δεδομένου του λεξιλογίου και των μαθηματικών εργαλείων, η θεωρία γραφημάτων παρέχει την δυνατότητα απόδειξης θεωρημάτων για τα γραφήματα, και επομένως για αναπαραστάσεις μια συγκεκριμένης κοινωνικής δομής.

Ορισμοί

Ένα μη κατευθυνόμενο γράφημα G είναι ένα διατεταγμένο ζεύγος *(V, E)*, όπου το *V* είναι ένα σύνολο και το E είναι ένα σύνολο από πολυσύνολα δύο στοιχείων του *V* (Liu, 2000). Για παράδειγμα το G=({a, b, c, d}, {{a, b}, {a, d}, {b, c}, {b, d}}) είναι ένα μη κατευθυνόμενο γράφημα. Γεωμετρικά, παριστάνουμε ένα μη κατευθυνόμενο γράφημα ως ένα σύνολο από σημεία *V* που λέγονται *κόμβοι* και ένα σύνολο από γραμμές *E* που λέγονται *ακμές* μεταξύ των σημείων αυτών. Ο συνολικός αριθμός των κόμβων ενός γραφήματος G = *(V, E)* λέγεται *τάξη*

του γραφήματος. Ο αριθμός των ακμών που προσπίπτουν σε έναν κόμβο *i* λέγεται *βαθμός* d_i του κόμβου *i*. Δυο κόμβοι *i, j* λέγονται *γειτονικοί* αν και μόνο αν $\{i, j\} \in E$

Ένα γράφημα λέγεται *πλήρες* αν για κάθε ζεύγος κόμβων (*i, j*) υπάρχει αντίστοιχη ακμή, δηλαδή $\forall i, j \in V$: $\{i, j\} \in E$. Το πλήθος των ακμών ενός πλήρους μη κατευθυνόμενου γραφήματος με N κόμβους είναι $N(N-1)/2$. Μια *κλίκα* είναι το σύνολο των κόμβων ενός πλήρους υπογραφήματος ενός γραφήματος G. Ένας *περίπατος μήκους q* σε ένα γράφημα είναι μια ακολουθία από *q* ακμές, τέτοιες ώστε κάθε ακμή να μοιράζεται τον έναν κόμβο με την προηγούμενη ακμή και τον άλλο κόμβο με την επόμενη ακμή στην ακολουθία. Ένα ίχνος (trail) είναι ένας περίπατος στον οποίο δεν επαναλαμβάνεται η ίδια ακμή. Ένα μονοπάτι είναι ένας περίπατος στο οποίο δεν επαναλαμβάνονται ούτε ακμές ούτε κόμβοι. Ένας *κύκλος* είναι μια απλή αλυσίδα που τελειώνει στον κόμβο από τον οποίο ξεκινά.

Ιδιότητες

Η *απόσταση* μεταξύ δύο κόμβων είναι το μήκος του μικρότερου μονοπατιού από τον ένα κόμβο στον άλλο.

Η *διάμετρος* ενός γραφήματος είναι η μεγαλύτερη από τις αποστάσεις μεταξύ κάθε ζεύγους κόμβων.

Ο *μέσος βαθμός των κόμβων* $\bar{d}$ δίνει τον μέσο όρο των βαθμών των κόμβων ενός γραφήματος G με N κόμβους και L ακμές:

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^{N} d_i}{N} = \frac{2L}{N}$$

Εάν όλοι κόμβοι ενός γραφήματος είναι ίδιου βαθμού, τότε το γράφημα λέγεται *d*-κανονικό, όπου *d* ο σταθερός βαθμός.

Εάν ένα γράφημα δεν είναι *d*-κανονικό, τότε οι βαθμοί των κόμβων διαφέρουν. Σε αυτήν την περίπτωση, η *διασπορά* των βαθμών των κόμβων αποτελεί ένα μέτρο ομοιομορφίας του γραφήματος G με N κόμβους:

$$Var(d) = \frac{\sum_{i=1}^{N}\left(d_i - \bar{d}\right)}{N}$$

Η διαφορετικότητα των βαθμών των κόμβων σημαίνει ότι οι δράστες που αναπαριστώνται από τους κόμβους διαφέρουν ως προς το βαθμό δραστηριοποίησης τους και αποτελεί ένα μέτρο της κεντρικότητας.

Η *πυκνότητα ρ* ενός γραφήματος G είναι ο λόγος του αριθμού των ακμών του προς τον αριθμό των ακμών ενός πλήρους γραφήματος. Συγκεκριμένα, αν L είναι ο αριθμός των ακμών του G, τότε η πυκνότητα του είναι:

$$\rho = \frac{L}{N(N-1)/2}$$

Η πυκνότητα *ρ* παίρνει τιμές από 0 μέχρι 1.

Ορισμός

Ένα *κοινωνικό δίκτυο* αναπαρίσταται ως ένα γράφημα G με ένα πεπερασμένο σύνολο N κορυφών μαζί με ένα σύνολο E ακμών. Κάθε κορυφή *i* αντιπροσωπεύει έναν δράστη στο σύστημα. Μια ακμή (*i, j*) από τον δράστη *i* στον δράστη *j* υποδεικνύει ότι οι πράξεις του *j* επηρεάζουν τις πράξεις του *i* και αντίστροφα.

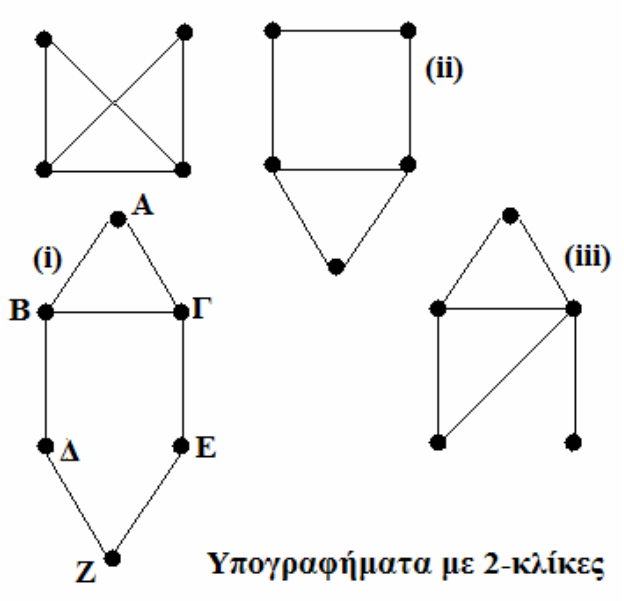
Ορισμός

Ως *γειτονιά* του δράστη *i* εννοούμε το σύνολο *A(i)* των δραστών, τέτοιο ώστε οι κόμβοι που τους αναπαριστούν στο γράφημα να είναι γειτονικοί με τον αντίστοιχο κόμβο του *i* δράστη, δηλαδή $A(i) = \{j; (i, j) \in E\}$

Τα γραφήματα, που θα εξετάσουμε στο Β μέρος, έχουν γίνει αντικείμενο μελέτης από την ανάλυση των κοινωνικών δικτύων. Έχει αναπτυχθεί μια ορολογία σχετικά με πολλά από αυτά και επιπλέον έχει καταβληθεί προσπάθεια ώστε να τυποποιηθούν οι ιδέες των πρώιμων μελετητών των κοινωνικών δικτύων που μιλούσαν για κλίκες. Στην ουσία, η έννοια της κλίκας προέρχεται από συζητήσεις για τις κοινωνιολογικές εφαρμογές της θεωρίας γραφημάτων (Scott, 2000, σ. 114) και, όπως σημειώσαμε πιο πριν, η πλέον αποδεκτή σημασία της είναι εκείνη του «μέγιστου πλήρους υπο-γραφήματος». Με άλλα λόγια, η κλίκα είναι το υποσύνολο των κόμβων ενός γραφήματος στο οποίο κάθε δυνατό ζεύγος κόμβων συνδέεται με μια ακμή και η κλίκα δεν

περιέχεται σε καμία άλλη κλίκα (*ibid.*). Ένα ζεύγος συνδεδεμένων κόμβων είναι η τετριμμένη κλίκα, όμως, συνήθως, εργαζόμαστε με κλίκες τουλάχιστον τριών δραστών.

Η έννοια του μέγιστου πλήρους υπογραφήματος είναι αρκετά περιοριστική για πραγματικά κοινωνικά δίκτυα, αφού τόσο πεπλεγμένα δίκτυα δεν εμφανίζονται συχνά (Scott, 2000, σ. 115). Γι' αυτό το λόγο έχουν προταθεί επεκτάσεις στην έννοια της κλίκας. Η παλαιότερη από αυτές είναι η έννοια της *n-κλίκας* (*n-clique*), όπου *n* το μέγιστο μήκος μονοπατιού για το οποίο θεωρούνται συνδεδεμένοι οι δράστες της *n*-κλίκας. Πρακτικά, μια 1-κλίκα ταυτίζεται με την «κλασσική» κλίκα ως μέγιστο πλήρες υπογράφημα, ενώ μια 2-κλίκα είναι το σύνολο των κόμβων για το οποίο κάθε ζεύγος είτε συνδέεται άμεσα με μία ακμή είτε συνδέεται έμμεσα μέσω ενός κοινού γείτονα, δηλαδή με ένα μονοπάτι μήκους 2 (εικόνα 1).



Εικόνα 1

Ωστόσο, υπάρχουν δύο βασικοί περιορισμοί στην χρήση των *n*-κλίκων (Scott, 2000, σ. 116-117). Ο πρώτος περιορισμός αφορά στην δυσκολία κοινωνιολογικής ερμηνείας των *n*-κλίκων για *n* μεγαλύτερο του 2 (*ibid.*). Οι σχέσεις δραστών με απόσταση 2 (2-κλίκες) ερμηνεύονται άμεσα ως εκείνες που εμπλέκουν ένα κοινό γείτονα που δρα σαν ενδιάμεσος ή μεσίτης (*ibid.*). Όμως, τα μονοπάτια μήκους $n>2$ εμπλέκουν περισσότερο απομακρυσμένους και ασθενείς δεσμούς για τους οποίους, αν και είναι σημαντικοί για την δομή του δικτύου, δεν είναι ξεκάθαρο ότι είναι κατάλληλοι για τον ορισμό της κλίκας, αφού η ίδια η ιδέα της κλίκας απαιτεί σχετικά στενές

διασυνδέσεις (*ibid.*). Ο δεύτερος περιορισμός για την χρήση των *n*-κλίκων αφορά το γεγονός ότι ενδιάμεσοι κόμβοι στα μονοπάτια μιας *n*-κλίκας μπορεί να μην ανήκουν στην ίδια την κλίκα (*ibid.*). Για παράδειγμα, στην εικόνα 1, οι κόμβοι Α, Β, Γ, Δ, Ε του γραφήματος (i) σχηματίζουν μια 2-κλίκα, ωστόσο το μονοπάτι που συνδέει τους κόμβους Δ και Ε διέρχεται από τον κόμβο Ζ που δεν ανήκει στην ίδια την κλίκα. Έτσι, το σύνολο (Α, Β, Γ, Δ, Ε) συνιστά μια 2-κλίκα, αλλά αυτό το υπογράφημα έχει διάμετρο 3 (*ibid.*). Για να αντιμετωπιστεί το πρόβλημα αυτό, έχει προταθεί μια επέκταση της έννοιας της *n*-κλίκας, ώστε η διάμετρος της να είναι το πολύ *n*. Τότε μια *n*-κλίκα που η διάμετρος της να είναι το πολύ *n* λέγεται *n*-οικογένεια (*n-clan*). Τέτοιες 2-οικογένειες είναι τα γραφήματα (ii) και (iii) στην εικόνα 1.

Στο Β και Γ μέρος της εργασίας, θα χρησιμοποιήσουμε την έννοια του *catnet*. Ένα catnet, σύμφωνα με τον Tilly (1978, σ. 63), είναι ένα σύνολο ατόμων που συνιστά τόσο μια κατηγορία όσο και ένα δίκτυο. Η έννοια αυτή πηγάζει από την εύλογη παρατήρηση ότι υπάρχουν κατηγορίες ατόμων που μοιράζονται ένα κοινό χαρακτηριστικό, όπως επάγγελμα ή θρησκευτικές πεποιθήσεις (στο μοντέλο μας: προδιαθέσεις). Επίσης, υπάρχουν δίκτυα δραστών που είναι συνδεδεμένοι με διαπροσωπικές σχέσεις. Σύμφωνα με τον Knoke (1990, σελ 41), η πιθανότητα οι δράστες να δράσουν συλλογικά ή να αντιδράσουν παρόμοια σε πολιτικά ερεθίσματα ποικίλει ανάλογα με τον βαθμό στον οποίο σχηματίζουν ένα catnet. Παραφράζοντας τον Knoke (*ibid.*), θα χρησιμοποιήσουμε την έννοια του catnet σαν να συνενώνουμε τα «έμφυτα χαρακτηριστικά» κάθε δράστη με το μικρο-δίκτυο στο οποίο ανήκει προκειμένου να αποκαλυφθούν οι διεργασίες μέσω των οποίων τα κοινωνικά χαρακτηριστικά επηρεάζουν τις επιλογές του.

V. Παρουσίαση του Μοντέλου

Το μοντέλο που περιγράφουμε στο κεφάλαιο αυτό έχει αφετηρία το αντίστοιχο μοντέλο του Arthur (1989) και αποτελεί την προσπάθειά μας να το «μεταφράσουμε» σε κοινωνικά δίκτυα. Όπως είδαμε στο κεφάλαιο 2, στο μοντέλο του Arthur θεωρείται ότι σε κάθε χρονική στιγμή t_i προσέρχεται στην αγορά ένας δράστης i, που μπορεί με ίση πιθανότητα να είναι Α-φιλικός ή Β-φιλικός και υιοθετεί ορθολογικά μια από τις δύο τεχνολογίες: Α ή Β. Η επιλογή εξαρτάται από την ατομική προδιάθεση του και από τη διαφορά των υιοθετήσεων των τεχνολογιών στην γειτονιά του εκείνη τη στιγμή t_i, ενώ η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι να παρουσιαστούν και να υιοθετήσουν μια τεχνολογία όλοι οι δράστες. Αυτό πρακτικά σημαίνει ότι κάθε δράστης που προσέρχεται στην αγορά έχει γνώση όλων των προηγούμενων υιοθετήσεων μέχρι εκείνη τη στιγμή. Επιπλέον, η προδιάθεση του κάθε δράστη θεωρείται σταθερή υπό την έννοια ότι είναι αμετάβλητη με την πάροδο του χρόνου. Η μοναδική παράμετρος της απόδοσης κάθε τεχνολογίας που μεταβάλλεται είναι η διαφορά των προηγούμενων υιοθετήσεων των δύο τεχνολογιών. Τέλος, το πλήθος των δραστών είναι άπειρο.

Σε αυτό εδώ το μοντέλο θα εξετάσουμε τι συμβαίνει στην περίπτωση που κάθε δράστης γνωρίζει μόνο τις υιοθετήσεις που έχουν συμβεί σε ένα στενό περιβάλλον από δράστες με τους οποίους συνδέεται, για παράδειγμα με όσους διατηρεί σχέσεις οικογενειακές, φιλίας, κτλ. Επομένως, η σημαντικότερη διαφοροποίηση είναι ότι ενώ στο μοντέλο του Arthur υποδηλώνεται η ύπαρξη ενός πλήρους δικτύου με άπειρους δράστες, όπου καθένας συνδέεται με όλους τους υπόλοιπους, στην δική μας εκδοχή έχουμε ένα μη πλήρες (κοινωνικό) δίκτυο με πεπερασμένο αριθμό δραστών N. Παρακάτω, θα δείξουμε για ποια δίκτυα και συνθήκες το τωρινό μοντέλο δίνει τα ίδια αποτελέσματα με την εκδοχή του Arthur, δηλαδή *επικράτηση* μιας από τις δύο τεχνολογίες σε όλο το δίκτυο. Παράλληλα θα διερευνήσουμε τις συνθήκες κάτω από τις οποίες μπορεί να έχουμε τελείως διαφορετικό αποτέλεσμα από την πλήρη επικράτηση: *οι δύο τεχνολογίες να συνυπάρχουν στο δίκτυο*. Για το σκοπό αυτό, αφού αναλύσουμε μερικά σημαντικά στοιχεία του μοντέλου μας, θα παρουσιάσουμε τα αποτελέσματα των πειραμάτων που κάναμε εκτελώντας τον αλγόριθμο σε μια σειρά από δίκτυα, τυχαία ή κανονικά.

Θεωρούμε N δράστες, οι οποίοι συγκροτούν ένα κοινωνικό δίκτυο. Δεχόμαστε ότι ο δεσμός ανάμεσα σε δύο δράστες *i* και *j* μπορεί να είναι θετικός ή αρνητικός, δηλαδή έχει ένα πρόσημο $w_{ij} = 1$ ή $w_{ij} = -1$. Υποθέτουμε, επίσης, ότι κάθε δράστης έχει την δυνατότητα να εκλέξει (υιοθετήσει) ανάμεσα σε δύο τεχνολογίες ή καταστάσεις: την A ή την B. Σε κάθε χρονική στιγμή t_k διαλέγουμε έναν δράστη $i, i \in \{1,2...N\}$. Η *σειρά διαλογής* των δραστών είναι τυχαία. Αυτός ο δράστης *i εκλέγει (υιοθετεί)* ορθολογικά μια τεχνολογία υπολογίζοντας μια *συνάρτηση απόδοσης* $F_{i,A}$ αν είναι Α-φιλικός ή $F_{i,B}$ αν είναι Β-φιλικός (βλέπε πίνακα 3). Η συνάρτηση απόδοσης, και άρα η εκλογή τεχνολογίας, εξαρτάται από την ατομική «προτίμηση» του δράστη προς κάποια τεχνολογία αλλά και από την αναλογία των τεχνολογιών στην γειτονιά του. Γενικά, αν η συνάρτηση απόδοσης F_i έχει τιμή μεγαλύτερη από έναν πραγματικό αριθμό λ, π.χ. αν $F_i > 0$, τότε ο δράστης εκλέγει την τεχνολογία Α. Σε αντίθετη περίπτωση, αν $F_i < 0$, εκλέγει την τεχνολογία Β. Αυτή η *διαδικασία διαλογής δράστη και εκλογής τεχνολογίας* επαναλαμβάνεται για χρόνο $T_{MAX} >> N$. Η εκλογή τεχνολογίας από κάθε δράστη μπορεί να μην είναι μόνιμη μέχρι τέλος του πειράματος, υπό την έννοια ότι κάθε δράστης με τυχαία σειρά διαλογής θα κληθεί πολλές φορές κατά τη διάρκεια εκτέλεσης του πειράματος να εκλέξει ανάμεσα στις δύο τεχνολογίες. Με άλλα λόγια, αν ο δράστης εκλέξει την τεχνολογία Α, τότε θεωρούμε ότι ο δράστης βρίσκεται στην κατάσταση Α μέχρι την επόμενη χρονική στιγμή $t_l > t_k$ που ο δράστης θα επιλεγεί ξανά για να εκλέξει τεχνολογία.

Την κατανομή των καταστάσεων (τεχνολογιών) στο δίκτυο των δραστών σε κάθε στιγμή $t_k \le T_{MAX}$ την απεικονίζουμε με ένα *διάνυσμα καταστάσεων* $\overline{X}_{t_k} = \left(x_i^{t_k}\right)_{i=1,2...N}$, έτσι ώστε $x_i^{t_k} = A$ αν ο δράστης *i* βρίσκεται στην κατάσταση Α την χρονική στιγμή t_k, ενώ $x_i^{t_k} = B$ αν ο δράστης βρίσκεται στην κατάσταση Β. Το διάνυσμα καταστάσεων των δραστών θα το ονομάζουμε *αρχικό διάνυσμα* όταν αναφερόμαστε στην χρονική στιγμή $t_0 = 0$ της έναρξης της διαδικασίας, ενώ θα το ονομάζουμε *διάνυσμα ισορροπίας* $\overline{X}_{t_e}$ όταν $\forall\, t_k > t_e$ έχουμε $\overline{X}_{t_k} = \overline{X}_{t_e}$, δηλαδή όταν η κατανομή των καταστάσεων στους δράστες μετά τησν χρονική στιγμή t_e παραμένει αναλλοίωτη με πιθανότητα 1. Αντίθετα θα λέμε ότι το διάνυσμα είναι *μεταβατικό*, όταν η συγκεκριμένη κατανομή καταστάσεων αλλάζει με πιθανότητα 1, με άλλα λόγια ανν $\exists\, t_k > t_e$ ώστε $\overline{X}_{t_i} \ne \overline{X}_{t_e}$

Επιπλέον, όταν $x_i^{t_k} = A, \forall i$ ή αντίστοιχα $x_i^{t_k} = B, \forall i$ τότε θα λέμε ότι το διάνυσμα καταστάσεων είναι *ομοιογενές*. Σε αντίθετη περίπτωση θα λέμε ότι το διάνυσμα είναι *ανομοιογενές*.

Πως υπολογίζεται η συνάρτηση απόδοσης; Η απόδοση που έχει η εκλογή μεταξύ του Α ή του Β για κάθε δράστη *i* έχει δύο συνιστώσες: μια *ατομική* και μια *κοινωνική*. Η ατομική συνιστώσα δ_i της απόδοσης είναι η *διαφορά των προσωπικών προδιαθέσεων* που έχει ο δράστης *i* ως προς τις τεχνολογίες Α και Β. Ως προς την ατομική συνιστώσα οι δράστες, όπως και στο μοντέλο του Arthur, θεωρούνται πως είναι δύο ειδών:

- *Α-φιλικοί,* δηλαδή δράστες που έχουν μεγαλύτερη προδιάθεση να επιλέξουν την τεχνολογία Α παρά την τεχνολογία Β. Αν με $a_A > 0$ συμβολίζουμε τη προδιάθεση του Α-φιλικού δράστη ως προς την τεχνολογία Α και με $b_A > 0$ συμβολίσουμε τη προδιάθεση του ως προς την τεχνολογία Β, τότε ένας Α-φιλικός δράστης έχει θετική προδιάθεση προς την τεχνολογία Α και επομένως ισχύει $a_A > b_A$, οπότε $\delta_i^A = a_A - b_A > 0$
- *Β-φιλικοί*, δηλαδή δράστες που έχουν μεγαλύτερη προδιάθεση να επιλέξουν την τεχνολογία Β παρά την τεχνολογία Α. Αν με $a_B > 0$ συμβολίσουμε τη προδιάθεση του Β-φιλικού δράστη ως προς την τεχνολογία Α ενώ με $b_B > 0$ συμβολίσουμε την προδιάθεση του ως προς την τεχνολογία Β, τότε ένας Β-φιλικός δράστης έχει θετική προδιάθεση προς την Β τεχνολογία και επομένως ισχύει $a_B < b_B$, οπότε $\delta_i^B = b_B - a_B > 0$.

Η κοινωνική ή δικτυακή συνιστώσα γ_i της συνάρτησης απόδοσης κάθε δράστη *i* καθορίζεται από τις επιδράσεις της *γειτονιάς* του. Η γειτονιά ενός δράστη *i* αποτελείται από τους δράστες του συνόλου $A(i) = \{j; (i,j) \in E\}$, όπου *E* το σύνολο των ακμών του γράφου. Πιο συγκεκριμένα η κοινωνική συνιστώσα γ_i είναι *η διαφορά των καταστάσεων Α και Β των δραστών με τους οποίους κάθε δράστης συνδέεται*. Για να ορίσουμε επακριβώς την κοινωνική συνιστώσα της συνάρτησης απόδοσης, θεωρούμε την συνάρτηση s_j^t:

$$s_j^t = \begin{cases} 1, & x_j^t = A \\ 0, & x_j^t = B \end{cases}$$

Όμοια θεωρούμε την συνάρτηση p_j^t ως εξής:

$$p_j^t = \begin{cases} 0, & x_j^t = A \\ 1, & x_j^t = B \end{cases}$$

Αν w_{ij} είναι το πρόσημο (+1 ή -1) που έχει ο δεσμός ανάμεσα στο δράστη *i* και τον *j*, τότε ορίζουμε *πλήθος καταστάσεων A στην γειτονιά* ενός δράστη *i* την χρονική στιγμή *t* την ποσότητα:

$$n_{i,A}^t = \sum_{j \in A(i)} w_{ij} s_j^t$$

Με τον ίδιο τρόπο, μπορούμε να ορίσουμε τι θα λέμε *πλήθος καταστάσεων B στην γειτονιά* ενός δράστη *i* την χρονική στιγμή *t:*

$$n_{i,B}^t = \sum_{j \in A(i)} w_{ij} p_j^t$$

Τέλος, ορίζουμε την κοινωνική συνιστώσα της συνάρτησης απόδοσης ενός δράστη *i* σε κάθε χρονική στιγμή t_i ως την διαφορά:

$$\gamma_i^t = (n_{i,A}^t - n_{i,B}^t) \qquad [1]$$

Επιπλέον, αν *d* είναι ο αριθμός των δεσμών ενός δράστη στο κοινωνικό δίκτυο, τότε:

$$0 \le n_{i,A}^t \le d \text{ και } 0 \le n_{i,B}^t \le d$$

Οπότε συμπεραίνουμε για την δικτυακή συνιστώσα ότι ισχύει πάντοτε η εξής ανίσωση:

$$-d \le \gamma_i \le d \qquad [2]$$

Τελικά, οι συναρτήσεις απόδοσης για κάθε είδος δράστη δίνονται από τις παρακάτω εκφράσεις:

Πίνακας 3

Α-φιλικός δράστης *i*	$F_i^A = \delta_i^A + r_A \cdot \gamma_i$
Β-φιλικός δράστης *i*	$F_i^B = -\delta_i^B + r_B \cdot \gamma_i$

Οι συντελεστές r_A και r_B της κοινωνικής συνιστώσας μπορεί να είναι α) θετικοί, οπότε έχουμε αυξανόμενες αποδόσεις, β) αρνητικοί ώστε να έχουμε μειούμενες αποδόσεις και γ) μηδενικοί

δίνοντας σταθερές αποδόσεις. Στο εξής αναφερόμαστε σε θετικές αποδόσεις, δηλαδή $r_A, r_B > 0$.

Δεδομένου ότι οι ατομικές προδιαθέσεις είναι σταθερές έχουμε τα εξής φράγματα για τις συναρτήσεις απόδοσης κάθε δράστη, λόγω της ανίσωσης [2]:

$$\delta_i^A - r_A \cdot d \le F_i^A \le \delta_i^A + r_A \cdot d$$

και

$$-\delta_i^B - r_B \cdot d \le F_i^B \le -\delta_i^B + r_B \cdot d$$

Διακρίνουμε δύο εκδοχές του μοντέλου σε σχέση με τις προδιαθέσεις των δραστών ως προς τις τεχνολογίες Α και Β. Στην πρώτη εκδοχή δεχόμαστε ότι οι δράστες μπορούν με τυχαίο τρόπο να αλλάζουν προδιαθέσεις κατά την διάρκεια του πειράματος, δηλαδή κάθε δράστης μπορεί να είναι Α-φιλικός ή Β-φιλικός με την ίδια πιθανότητα. Στην δεύτερη εκδοχή θεωρούμε ότι όλοι οι δράστες έχουν σταθερή και δεδομένη προτίμηση προς κάποια τεχνολογία από την αρχή ως το τέλος του πειράματος.

Ισοπίθανες προδιαθέσεις

Στην εκδοχή των ισοπίθανων προδιαθέσεων, σε κάθε την χρονική στιγμή t_i ο δράστης που επιλέγεται για να εκλέξει τεχνολογία μπορεί να είναι Α-φιλικός ή Β-φιλικός ισοπίθανα. Δηλαδή, σε κάθε χρονική στιγμή διαλέγουμε έναν δράστη από το κοινωνικό δίκτυο και με πιθανότητα 50% αποφασίζουμε εάν είναι Α-φιλικός ή Β-φιλικός. Κατόπιν, υπολογίζουμε την αντίστοιχη συνάρτηση απόδοσης για εκείνο τον δράστη και θεωρούμε ότι εκείνος τελικά εκλέγει την τεχνολογία Α ή την τεχνολογία Β, αν η συνάρτηση απόδοσης είναι θετική ή αρνητική, αντίστοιχα.

Την χρονική στιγμή έναρξης του πειράματος $t_0 = 0$, το αρχικό διάνυσμα καταστάσεων $\overline{X}_{t_0}$ μπορεί να είναι είτε μηδενικό, δηλαδή:

$$x_i^{t_0} = 0, \forall i \in \{1...N\}$$

είτε να έχουμε απονείμει τυχαία μία τεχνολογία σε κάθε δράστη δηλαδή:

$$x_i^{t_0} = \begin{cases} A, p \geq 0.5 \\ B, p < 0.5 \end{cases}, \forall i \in \{1...N\}$$

όπου $p \in (0,1)$ τυχαίος αριθμός από μια ομοιόμορφη κατανομή. Το πείραμα θεωρείται ότι τελειώνει όταν ο χρόνος *t* ξεπεράσει κάποια τιμή t_{MAX}=*MaxTime*. Η προσομοίωση του μοντέλου γίνεται με τον εξής αλγόριθμο Ι:

<u>Αλγόριθμος Ι – Ισοπίθανες προδιαθέσεις</u>

1. $t_0 = 0$
2. Χρονική στιγμή *t=t+1*.
3. <u>Επιλογή</u> ενός δράστη *i* από τους *N*.
4. <u>Επιλογή</u> ενός τυχαίου αριθμού $q \in (0,1)$ από ομοιόμορφη κατανομή.
5. Αν *q* <0.5, τότε ο δράστης *i* θεωρείται *A-φιλικός* με προδιάθεση $\delta_i^A = a_A - b_A > 0$.

   Αλλιώς, ο δράστης *i* θεωρείται *B-φιλικός* με προδιάθεση $\delta_i^B = b_B - a_B > 0$.
6. Αν ο *i* είναι Α-φιλικός, υπολόγισε τη συνάρτηση απόδοσης: $F_i^A = \delta_i^A + r_A \cdot \gamma_i$
   a. Αν $F_i^A > \lambda$, τότε ο *i υιοθετεί* την τεχνολογία Α.
   b. Αν $F_i^A < -\lambda$, τότε ο *i υιοθετεί* την τεχνολογία Β.
   c. Αν $-\lambda < F_i^A < \lambda$, τότε ο *i* δεν υιοθετεί καμία τεχνολογία αλλά παραμένει σε αυτή που είχε πριν.
7. Αν ο *i* είναι *B-φιλικός,* υπολόγισε τη συνάρτηση απόδοσης: $F_i^B = -\delta_i^B + r_B \cdot \gamma_i$
   a. Αν $F_i^B > \lambda$, τότε ο *i υιοθετεί* την τεχνολογία Α.
   b. Αν $F_i^B < -\lambda$, τότε ο *i υιοθετεί* την τεχνολογία Β.
   c. Αν $-\lambda < F_i^B < \lambda$, τότε ο *i* δεν υιοθετεί καμία τεχνολογία, οπότε παραμένει σε αυτή που είχε μέχρι εκείνη την στιγμή.
8. Αν $t < t_{MAX}$ πήγαινε στο βήμα 2, αλλιώς τέλος.

Για γενίκευση, στον παραπάνω αλγόριθμο έχουμε συμπεριλάβει ένα παράγοντα αντίστασης λ στην βήματα 6 & 7 όπου ο δράστης αποφασίζει ορθολογικά για την υιοθέτηση μιας τεχνολογίας. Όταν λ = 0, έχουμε την περίπτωση του μοντέλου του Arthur. Σε ότι ακολουθεί θεωρούμε ότι λ = 0.

Σταθερές προδιαθέσεις

Αντίθετα, στην δεύτερη εκδοχή, κάθε δράστης έχει σταθερή προδιάθεση προς κάποια από τις δύο τεχνολογίες από την χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι το τέλος. Για παράδειγμα, ο δράστης 1 είναι Α-φιλικός ενώ ο δράστης 2 είναι Β-φιλικός κοκ. Η κατανομή των προτιμήσεων γίνεται την χρονική στιγμή $t_0 = 0$ με τυχαίο τρόπο. Περιληπτικά, σε κάθε χρονική στιγμή επιλέγουμε έναν δράστη από το κοινωνικό δίκτυο. Κατόπιν, ανάλογα με την προδιάθεση του δράστη, δηλαδή αν είναι Α-φιλικός ή Β-φιλικός, υπολογίζουμε την αντίστοιχη συνάρτηση απόδοσης και θεωρούμε ότι εκείνος τελικά επιλέγει την τεχνολογία Α ή την τεχνολογία Β αν η συνάρτηση απόδοσης είναι θετική ή αρνητική, αντίστοιχα.

Όπως και πριν, κατά την χρονική στιγμή έναρξης του πειράματος $t_0 = 0$, το αρχικό διάνυσμα καταστάσεων $\overline{X}_{t_0}$ μπορεί να είναι είτε μηδενικό δηλαδή:

$$x_i^{t_0} = 0, \forall i \in \{1...N\}$$

είτε να έχουμε απονείμει τυχαία μία τεχνολογία σε κάθε δράστη δηλαδή:

$$x_i^{t_0} = \begin{cases} A, p \geq 0.5 \\ B, p < 0.5 \end{cases}, \forall i \in \{1...N\}$$

όπου $p \in (0,1)$ τυχαίος αριθμός από μια ομοιόμορφη κατανομή. Το πείραμα θεωρείται ότι τελειώνει όταν ο χρόνος *t* ξεπεράσει κάποια τιμή t_{MAX}=*MaxTime*. Το υπολογιστικό μοντέλο που περιγράψαμε εκτελείται από τον εξής αλγόριθμο ΙΙ:

<u>Αλγόριθμος ΙΙ – Σταθερές προδιαθέσεις</u>

1. *t=0*
2. Χρονική στιγμή *t=t+1*.
3. <u>Επιλογή</u> ενός δράστη *i* από τους *N*.
4. Αν ο *i* είναι Α-φιλικός, υπολόγισε τη συνάρτηση απόδοσης: $F_i^A = \delta_i^A + r_A \cdot \gamma_i$
    a. Αν $F_i^A > \lambda$, τότε ο *i υιοθετεί* την τεχνολογία Α.
    b. Αν $F_i^A < -\lambda$, τότε ο *i υιοθετεί* την τεχνολογία Β.

c. Αν $-\lambda < F_i^A < \lambda$, τότε ο *i* δεν υιοθετεί καμία τεχνολογία αλλά παραμένει σε αυτή που είχε πριν.

5. Αν ο *i* είναι *B-φιλικός,* υπολόγισε τη συνάρτηση απόδοσης: $F_i^B = -\delta_i^B + r_B \cdot \gamma_i$

d. Αν $F_i^B > \lambda$, τότε ο *i υιοθετεί* την τεχνολογία Α.

e. Αν $F_i^B < -\lambda$, τότε ο *i υιοθετεί* την τεχνολογία Β.

f. Αν $-\lambda < F_i^B < \lambda$, τότε ο *i* δεν υιοθετεί καμία τεχνολογία, οπότε παραμένει σε αυτή που είχε μέχρι εκείνη την στιγμή.

6. Αν $t < t_{\text{MAX}}$ πήγαινε στο βήμα 2, αλλιώς τέλος.

Στον παραπάνω αλγόριθμο έχουμε συμπεριλάβει ένα παράγοντα αντίστασης λ στην βήματα 6 & 7 όπου ο δράστης αποφασίζει ορθολογικά για την υιοθέτηση μιας τεχνολογίας. Όταν $\lambda = 0$, έχουμε την περίπτωση του μοντέλου του Arthur. Σε ότι ακολουθεί θεωρούμε ότι $\lambda = 0$.

Στα επόμενα μέρη της εργασίας, μελετούμε τις δύο εκδοχές του μοντέλου σε διάφορα δίκτυα. Στο δεύτερο μέρος πειραματιζόμαστε με προσομοιώσεις στις οποίες οι δράστες έχουν ισοπίθανες προδιαθέσεις και αποκλειστικά θετικά πρόσημα δεσμών, ενώ στο τρίτο μέρος θα δώσουμε τα αποτελέσματα προσομοιώσεων σε δίκτυα δραστών με σταθερές προδιαθέσεις και θετικά ή αρνητικά πρόσημα στους δεσμούς. Σε κάθε μία περίπτωση, θα ασχοληθούμε τόσο με κανονικά όσο και μη-κανονικά δίκτυα.

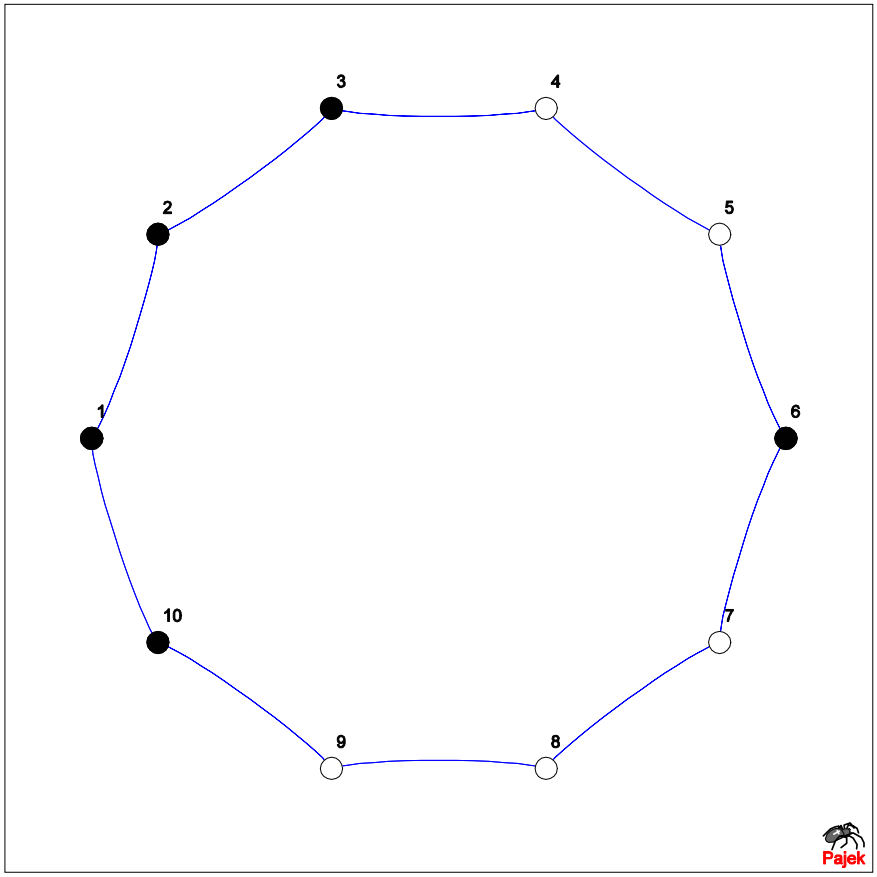
Β. ΙΣΟΠΙΘΑΝΕΣ ΠΡΟΔΙΑΘΕΣΕΙΣ

Ι. Κανονικά Γραφήματα

1. Κανονικά γραφήματα άρτιου βαθμού

Σε αυτήν την ενότητα θα παρουσιάσουμε τα αποτελέσματα της εφαρμογής του αλγόριθμου Ι, όπου κάθε δράστης στην σειρά διαλογής είναι Α-φιλικός ή Β-φιλικός με p=50%, σε d-κανονικά δίκτυα, όπου d άρτιος, δηλαδή γραφήματα στα οποία όλοι οι κόμβοι έχουν τον ίδιο άρτιο βαθμό d. Σε όλα τα παρακάτω πειράματα, τα πρόσημα στους δεσμούς μεταξύ των δραστών είναι θετικά.

Έστω ένα 2-κανονικό δίκτυο με 10 δράστες, δηλαδή ένα δίκτυο όπου κάθε δράστης συνδέεται με δύο δράστες, όπως στο σχήμα 2. Το αρχικό διάνυσμα καταστάσεων είναι $\overline{X}_{t_0} = \left(x_i^{t_0}\right)_{i=1,2,\ldots N} = \left(B,B,B,A,A,B,A,A,A,B\right)$. Στο σχ. 2 έχουμε χρωματίσει με λευκό χρώμα τους δράστες που βρίσκονται στην κατάσταση Α και με μαύρο εκείνους με την τεχνολογία Β την χρονική στιγμή μηδέν.



Σχήμα 2

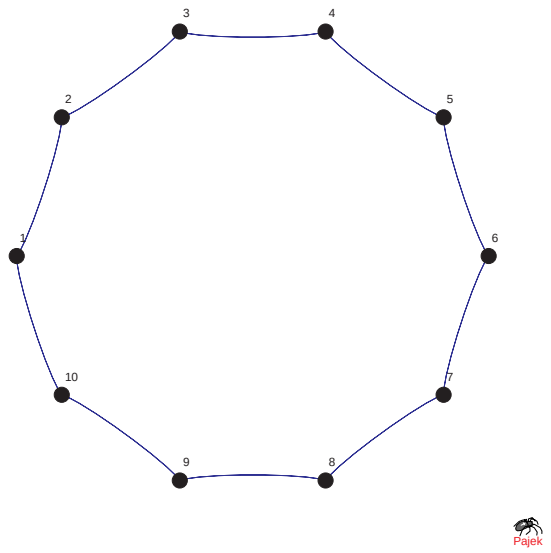
Θεωρούμε τις εξής τιμές για τις ατομικές προδιαθέσεις, τους συντελεστές των κοινωνικών συνιστωσών, την αντίσταση και τον μέγιστο χρόνο εκτέλεσης του πειράματος, αντίστοιχα:

$$a_A = 0.8\,,\ b_A = 0.2\,,\ \delta_i^A = a_A - b_A = 0.6$$

$$a_B = 0.2\,,\ b_B = 0.8\,,\ \delta_i^B = b_B - a_B = 0.6$$

$$r_A = r_B = 1,\ \lambda = 0,\ MaxTime = 200 \qquad [3]$$

Εκτελέσαμε τον αλγόριθμο Ι με τις παραμέτρους που δίνονται στις εξισώσεις [3]. Η διαδικασία περιήλθε σε ισορροπία την στιγμή $t = 22$, κατά την οποία το διάνυσμα καταστάσεων έγινε ομοιογενές, δηλαδή $x_i^{t_\varepsilon} = B,\ \forall i$ και $\forall\ t_k > t_{22}$ είχαμε $\overline{X}_{t_k} = \overline{X}_{t_{22}}$. Επομένως, το αποτέλεσμα του πειράματος ήταν η πλήρης επικράτηση μίας τεχνολογίας σε όλο το δίκτυο των δραστών, συγκεκριμένα της Β, όπως φαίνεται στο σχήμα 3. Στο παράρτημα παραθέτουμε όλη την εξέλιξη των υιοθετήσεων κατά τις πρώτες 25 χρονικές στιγμές.



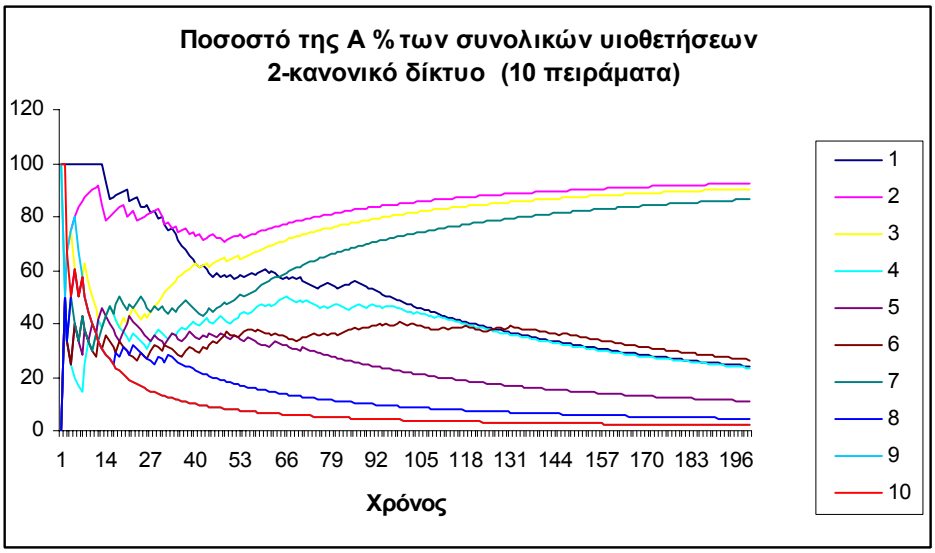
Σχήμα 3

Το σχήμα 4 αποτυπώνει το ποσοστό των υιοθετήσεων της τεχνολογίας Α στο σύνολο των υιοθετήσεων των δύο τεχνολογιών: *⊿=100*(υιοθετήσεις Α) / (υιοθετήσεις Α + υιοθετήσεις Β)* από τους δράστες καθ' όλη τη διάρκεια του πειράματος. Μέχρι τις πρώτες 10 χρονικές στιγμές (επαναλήψεις) υπήρχαν διακυμάνσεις στις υιοθετήσεις. Από εκείνη τη στιγμή και μετά, ωστόσο, το ποσοστό των υιοθετήσεων της *Α* έτεινε στο μηδέν, πράγμα που επαληθεύει πλήρως το γεγονός ότι επικράτησε η τεχνολογία Β χωρίς καθόλου υιοθετήσεις της Α.

Σχήμα 4

Τι θα γίνει αν εκτελέσουμε το πείραμα αρκετές φορές με την ίδιο αρχικό διάνυσμα καταστάσεων $\overline{X}_{t_0}$ στο γράφο; Θα προκύπτει το ίδιο διάνυσμα ισορροπίας σε κάθε πείραμα, δηλαδή θα επικρατεί η ίδια τεχνολογία ή θα αλλάζει η επικρατούσα τεχνολογία από πείραμα σε πείραμα; Κι αν αλλάζει, μπορούμε να προβλέψουμε την έκβαση της διαδικασίας, ποια από τις δύο τεχνολογίες θα επικρατεί; Πραγματοποιήσαμε δέκα πειράματα με το ίδιο αρχικό διάνυσμα καταστάσεων $\overline{X}_{t_0}$ στο γράφημα. Στο σχήμα 5, εικονίζονται οι γραφικές παραστάσεις του ποσοστού των υιοθετήσεων της Α στο σύνολο των υιοθετήσεων σε κάθε προσομοίωση[3]. Συγκεκριμένα, η τεχνολογία Α επικράτησε τρεις φορές και στις υπόλοιπες επτά επαναλήψεις επικράτησε η τεχνολογία Β. Τα αποτελέσματα υποδηλώνουν ότι το αρχικό διάνυσμα καταστάσεων στο γράφο δεν έχει μεγάλη σημασία ως προς το ποια τεχνολογία θα επικρατήσει τελικά σε όλο το δίκτυο των δραστών. Γιατί αν συνέβαινε το αντίθετο θα έπρεπε να επικρατεί η ίδια τεχνολογία και στα δέκα πειράματα. Επιπλέον, αν και σε κάθε ένα από πειράματα επικράτησε μια από τις δύο τεχνολογίες, ήταν αδύνατο να αποφανθούμε με πιθανότητα 1 την χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ποια από τις δύο τεχνολογίες θα επικρατούσε στο τέλος κάθε πειράματος. Μολονότι είχαμε το ίδιο αρχικό διάνυσμα καταστάσεων δεν μπορούσαμε με σιγουριά να προβλέψουμε ποια από τις δύο τεχνολογίες θα επικρατούσε σε κάποια επανάληψη. Η διαδικασία ήταν μη-προβλέψιμη. Το γεγονός αυτό εξηγείται από την ύπαρξη «μικρών τυχαίων γεγονότων» κατά τη διάρκεια εκτέλεσης του πειράματος. Αυτά τα μικρά τυχαία γεγονότα αντικατοπτρίζονται στην σειρά διαλογής των δραστών κάθε χρονική στιγμή (βήμα 3 του αλγόριθμου), αλλά και την τυχαία απόφαση για την προδιάθεση κάθε επιλεγμένου δράστη (βήμα 4 του αλγόριθμου).

[3] Σε μερικές προσομοιώσεις η εξέλιξη ως προς την διαφορά των υιοθετήσεων ήταν παρόμοια, οπότε κάποιες γραφικές παραστάσεις συμπίπτουν.

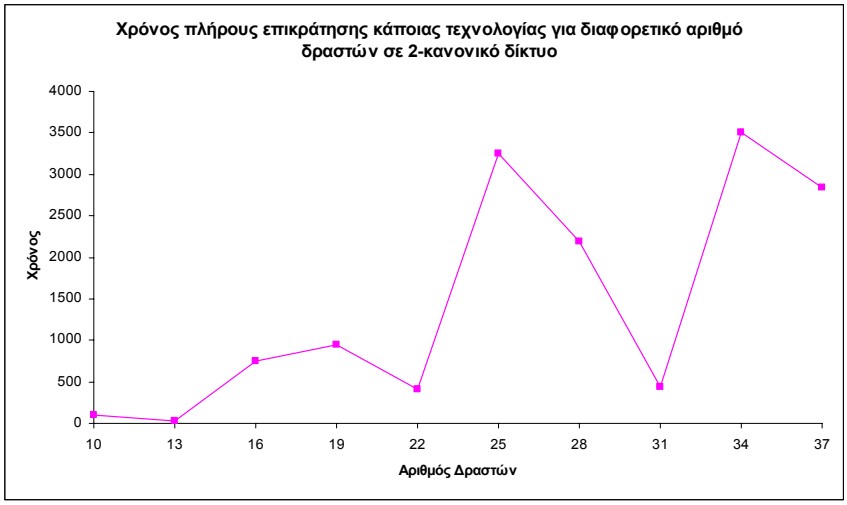


Σχήμα 5

Ίδια αποτελέσματα, δηλαδή επικράτηση κάποιας από τις δύο τεχνολογίες σε κάθε πείραμα, είχαμε κι όταν εκτελέσαμε δέκα προσομοιώσεις με διαφορετικά αρχικά διανύσματα καταστάσεων κάθε φορά. Επίσης, εξετάσαμε την περίπτωση στην οποία δεν έχουμε αρχικές υιοθετήσεις την χρονική στιγμή μηδέν. Τα αποτελέσματα ήταν ίδια με τα προηγούμενα πειράματα υπό την έννοια ότι στις 9 από τις 10 προσομοιώσεις μία από τις δύο τεχνολογίες επικράτησε πλήρως και συνάμα κάποιος εξωτερικός παρατηρητής είχε αδυναμία πρόβλεψης της τεχνολογίας αυτής. Σε ένα μόνο πείραμα δεν συνέβη πλήρης επικράτηση πριν από το τέλος του χρόνου (αν και αυτό ήταν απλά ζήτημα χρόνου). Σ τα υπόλοιπα, στα οποία μια τεχνολογία από τις δύο επικράτησε σε όλο το κοινωνικό δίκτυο, δεν υπήρχε ένδειξη ή δυνατότητα ώστε την χρονική στιγμή μηδέν που ξεκινούσε κάθε επανάληψη να μπορεί κανείς να προβλέψει με βεβαιότητα ποια από τις δύο τεχνολογίες θα επικρατούσε τελικά.

Τι γίνεται στην περίπτωση που κάνουμε πειράματα με αυξανόμενο πλήθος δραστών του δικτύου; Εκτελέσαμε 10 πειράματα αυξάνοντας σε κάθε ένα πείραμα τον αριθμό των δραστών κατά 3. Ξεκινήσαμε με ένα 2-κανονικό δίκτυο με 10 δράστες και καταλήξαμε, στο 10° πείραμα, σε ένα 2-κανονικό δίκτυο με 37 δράστες. Σε κάθε πείραμα, το αρχικό διάνυσμα καταστάσεων ήταν τυχαίο. Επιπλέον, ο μέγιστος χρόνος του κάθε πειράματος ήταν T_{max} =3500. Σε όλα τα πειράματα, το διάνυσμα καταστάσεων στο γράφο την στιγμή ισορροπίας ήταν ομοιογενές, δηλαδή σε κάθε πείραμα η μια από τις δύο τεχνολογίες επικράτησε σε όλο το δίκτυο. Το

σχήμα 6 δείχνει τα αποτελέσματα ως προς τον χρόνο πλήρους επικράτησης της αντίστοιχης τεχνολογίας σε κάθε πείραμα. Οι έντονες αυξομειώσεις υποδηλώνουν ότι ο χρόνος που χρειάστηκε μια τεχνολογία για να επικρατήσει σε όλο το δίκτυο δεν εξαρτάται μόνο από τον αριθμό των δραστών. Με άλλα λόγια, ο χρόνος και το πλήθος των δραστών δεν είναι ανάλογα. Αυτό μπορεί να θεωρηθεί μια ένδειξη του σημαντικού ρόλου που κατέχει η ύπαρξη των τυχαίων γεγονότων, δηλαδή της σειράς διαλογής δράστη και της τυχαίας επιλογής της προτίμησης του. Στην ουσία, αυτά τα τυχαία γεγονότα έχουν αποφασιστικό ρόλο στο μοντέλο ως προς τον χρόνο πλήρους επικράτησης.



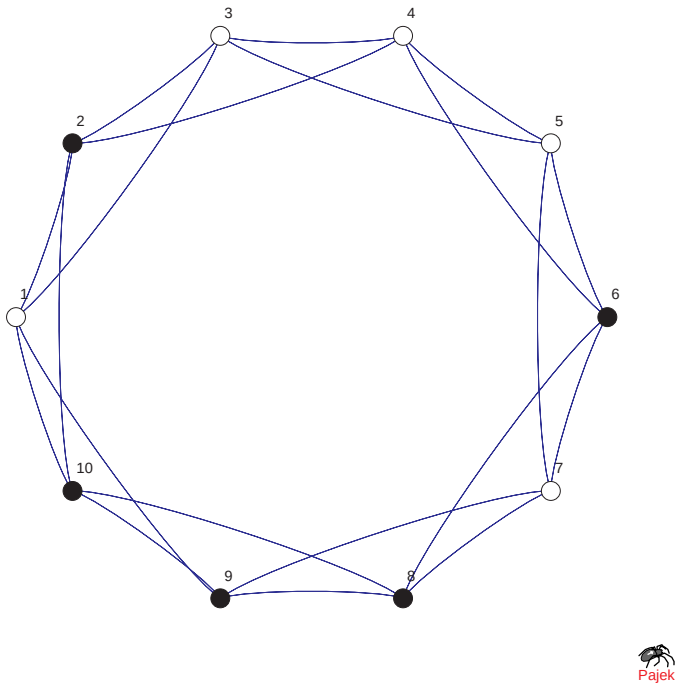
Σχήμα 6

Το ίδιο αποτέλεσμα, δηλαδή επικράτηση μιας τεχνολογίας σε όλο το δίκτυο των δραστών, συμβαίνει όταν χρησιμοποιήσουμε κανονικά δίκτυα μεγαλύτερης πυκνότητας, όπως το 4-κανονικό δίκτυο με δέκα δράστες του σχήματος 7. Το δίκτυο αυτό έχει μικρότερη διάμετρο (ίση με 3) και μεγαλύτερο μέσο βαθμό κόμβου (4 για κάθε κόμβο).

Στο σχήμα 7 απεικονίζεται το δίκτυο την στιγμή $t_0 = 0$. Με λευκό είναι εκείνοι οι δράστες που βρίσκονταν στην κατάσταση A και με μαύρο εκείνοι της κατάστασης B, οπότε το αρχικό διάνυσμα καταστάσεων στο δίκτυο ήταν το εξής:

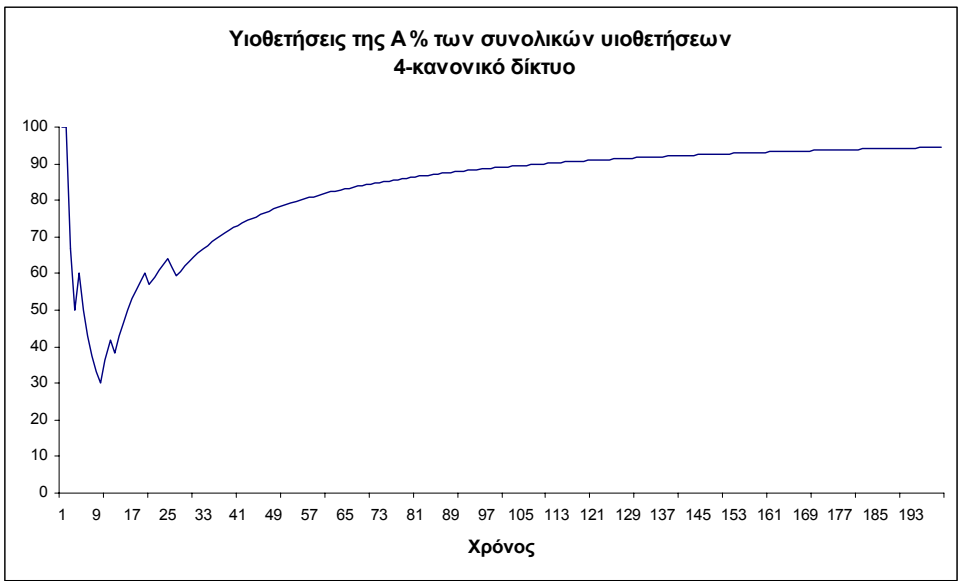
$$\overline{X}_{t_0} = \left(x_i^{t_0}\right)_{i=1,2,\ldots N} = \left(A, B, A, A, A, B, A, B, B, B\right).$$

Χρησιμοποιήσαμε τις παραμέτρους των εξισώσεων [4.3]. Η ισορροπία επήλθε την χρονική στιγμή $t_e = 37$ και το διάνυσμα καταστάσεων $\overline{X}_{t_e}$ ήταν ομοιογενές, $x_i^{t_\varepsilon} = A, \forall i$, δηλαδή είχε επικρατήσει πλήρως η τεχνολογία Α σε όλο το δίκτυο.



Σχήμα 7

Το σχήμα 8 αποτυπώνει τις υιοθετήσεις της τεχνολογίας Α ως ποσοστό των συνολικών υιοθετήσεων από τους δράστες κατά τη διάρκεια της προσομοίωσης. Η γραφική παράσταση εμφανίζει διακυμάνσεις κατά τις πρώτες 30 χρονικές στιγμές. Κατόπιν, ωστόσο, η γραφική παράσταση αυξάνεται ασυμπτωτικά προς το 100%, γεγονός που υποδηλώνει ότι έχει επικρατήσει πλήρως η τεχνολογία Α, αφού όλοι οι δράστες επιλέγουν αποκλειστικά αυτήν την τεχνολογία.

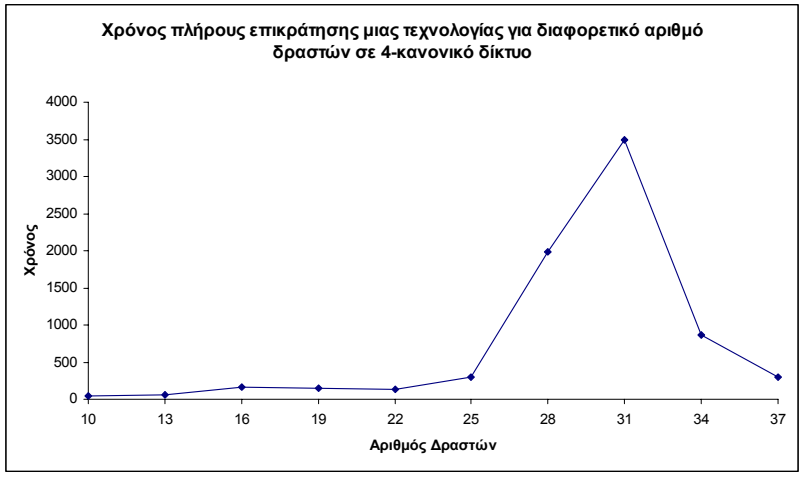


Σχήμα 8

Πραγματοποιήσαμε την ίδια προσομοίωση 10 φορές για το 4-κανονικό δίκτυο του σχήματος 7, διατηρώντας το ίδιο αρχικό διάνυσμα καταστάσεων στους δράστες. Σε κάθε πείραμα το διάνυσμα καταστάσεων $\overline{X}_{t_e}$ κατά την στιγμή ισορροπίας και μετά ήταν ομοιογενές. Με άλλα λόγια το αποτέλεσμα ήταν πάντοτε η επικράτηση κάποιας από τις δύο τεχνολογίες σε κάθε ένα πείραμα.

Τι γίνεται στην περίπτωση που εκτελούμε την προσομοίωση σε ένα 4-κανονικό δίκτυο και αυξάνουμε τον αριθμό των δραστών; Σε αυτήν την περίπτωση, ξεκινήσαμε με ένα 4-κανονικό δίκτυο με δέκα κόμβους και σε κάθε πείραμα αυξάναμε κατά 3 τον αριθμό των δραστών του δικτύου καταλήγοντας σε ένα 4-κανονικό δίκτυο με 37 δράστες. Σε κάθε μία από αυτές τις προσομοιώσεις το αποτέλεσμα ήταν πάντοτε η ισορροπία μετά από κάποιο χρονικό διάστημα. Την στιγμή της ισορροπίας το διάνυσμα καταστάσεων ήταν πάντα ομοιογενές είτε $x_i^{t_\varepsilon} = A, \forall i$ είτε $x_i^{t_\varepsilon} = B, \forall i$, οπότε σε κάθε πείραμα μια από τις δύο τεχνολογίες επικρατούσε πλήρως σε όλο το δίκτυο. Το σχήμα 9, που δίνει γραφικά τον χρόνο πλήρους επικράτησης κάποιας εκ των δύο τεχνολογιών σε όλο το δίκτυο σε κάθε μία προσομοίωση, υποδεικνύει ότι το πλήθος των δραστών του 4-κανονικού δικτύου δεν καθορίζει άμεσα και τον χρόνο πλήρους επικράτησης μιας τεχνολογίας. Πράγματι, παρατηρούμε ότι η προσομοίωση με το 4-κανονικό δίκτυο των 37

δραστών ισορρόπησε με πλήρη επικράτηση μιας τεχνολογίας, ασχέτως ποιας, σε χρόνο πολύ μικρότερο από αυτόν που χρειάστηκε η προσομοίωση με τους 28 ή τους 31 δράστες.

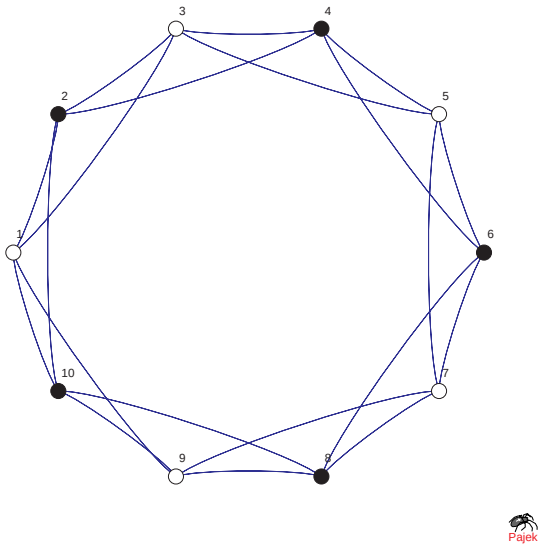


Σχήμα 9

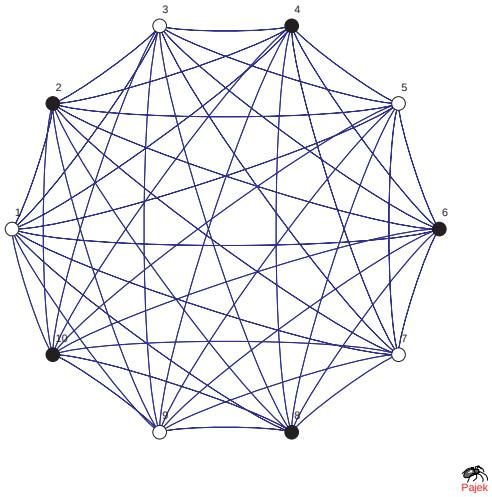
Στη συνέχεια παρουσιάζουμε και συγκρίνουμε τα αποτελέσματα της εκτέλεσης του αλγορίθμου Ι σε ένα 4-κανονικό δίκτυο και σε ένα πλήρες δίκτυο[4]. Και στα δύο πειράματα το αρχικό διάνυσμα καταστάσεων στο γράφο ήταν το ίδιο, $\overline{X}_{t_0} = \overline{X}'_{t_0}$, όπως φαίνεται στα σχήματα 10 και 11. Επίσης, και στις δύο προσομοιώσεις διατηρήσαμε την ίδια σειρά διαλογής δραστών. Στον πίνακα 4 αντιπαραβάλλουμε την εξέλιξη της διαδικασίας εκλογής τεχνολογίας από τους δράστες στα δύο πειραμάτων. Μολονότι οι προσομοιώσεις έγιναν με την ίδια σειρά διαλογής δραστών, τα αποτελέσματα ήταν διαφορετικά. Βέβαια, και στις δύο προσομοιώσεις επιτεύχθηκε ισορροπία και το διάνυσμα καταστάσεων στην ισορροπία ήταν ομοιογενές. Δηλαδή και στα δύο δίκτυα επικράτησε πλήρως μια τεχνολογία, όπως αναμέναμε, ωστόσο $\overline{X}_{t_e} \neq \overline{X}'_{t'_e}, t_e \neq t_e'$: στο πλήρες δίκτυο δραστών επικράτησε η τεχνολογία Α την 17η χρονική στιγμή, ενώ στο 4-κανονικό επικράτησε η τεχνολογία Β την 21η χρονική στιγμή. Αν παρατηρήσουμε στον πίνακα 4 την εξέλιξη των υιοθετήσεων στα δύο δίκτυα, θα δούμε ότι τις τρεις πρώτες χρονικές στιγμές τα δύο δίκτυα εμφάνιζαν τις ίδιες ακριβώς υιοθετήσεις. Η διαφοροποίηση που οδήγησε σε επικράτηση διαφορετικής τεχνολογίας σε κάθε δίκτυο, συνέβη την 4η χρονική στιγμή. Ο δράστης με τον αριθμό 3, που επιλέχθηκε να υιοθετήσει μια τεχνολογία, ήταν Β-φιλικός και βρισκόταν στην κατάσταση Α μέχρι εκείνη την στιγμή. Στην περίπτωση του 4-κανονικού

[4] Για το σκοπό αυτό, η επιλογή ψευδοτυχαίων αριθμών στο 3ο και στο 4ο βήμα του αλγορίθμου και για τις δύο περιπτώσεις δικτύων γίνεται με αρχικοποίηση του γεννήτορα τυχαίων αριθμών με τον ίδιο αριθμό που παρέχουμε εμείς και όχι από το ρολόι του συστήματος.

δικτύου, ο δράστης αυτός υιοθέτησε την τεχνολογία Β, ενώ στο πλήρες δίκτυο παρέμεινε στην Α. Αυτό συνέβη γιατί στο 4-κανονικό δίκτυο η γειτονιά του δράστη (που αποτελείται από τους δράστες 1, 2 και 4, 5) είχε ίσο αριθμό υιοθετήσεων Α και Β, δηλαδή γ_3=0. Επομένως η συνάρτηση απόδοσης είχε τιμή $F_3^B = -0.6 + 0 = -0.6 < 0$, οπότε ο δράστης υιοθέτησε την τεχνολογία Β. Αντίθετα στο πλήρες δίκτυο η γειτονιά του δράστη, που είναι όλοι οι υπόλοιποι δράστες στο δίκτυο, είχε γ_3=1 με αποτέλεσμα η συνάρτηση απόδοσης να έχει τιμή $F_3^B = -0.6 + 1 = 0.4 > 0$, οπότε ο δράστης υιοθέτησε την τεχνολογία Α.



Σχήμα 10



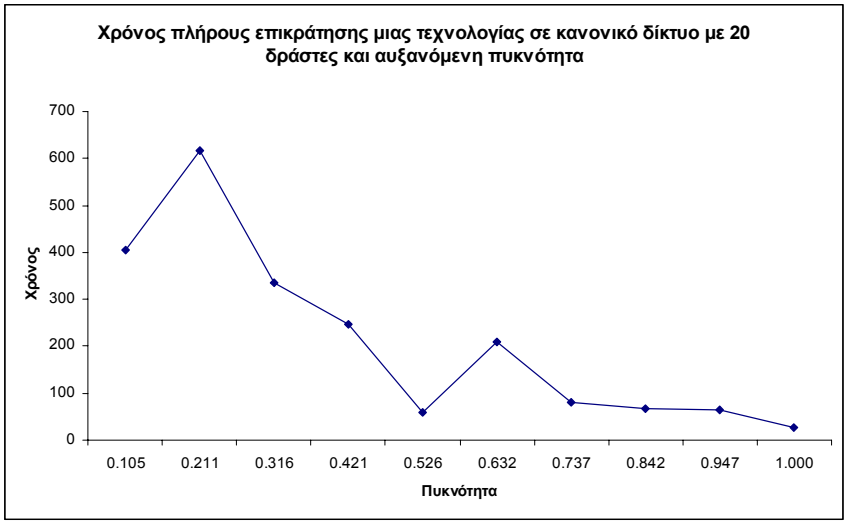
Σχήμα 11

Πίνακας 4

	4-κανονικό δίκτυο						Πλήρες δίκτυο				
Χρόνος	Δράστης	Πριν την εκλογή	Προδιάθεση	$\gamma_i = \eta^A - \eta^B$	**Εκλογή**	Διάνυσμα Καταστάσεων	Πριν την εκλογή	Προδιάθεση	$\gamma_i = \eta^A - \eta^B$	**Εκλογή**	Διάνυσμα Καταστάσεων
0						ABABABABAB					ABABABABAB
1	8	B	A-φιλικός	0	**A**	ABABABAAAB	B	A-φιλικός	1	**A**	ABABABAAAB
2	9	A	B-φιλικός	2	**A**	ABABABAAAB	A	B-φιλικός	1	**A**	ABABABAAAB
3	7	A	B-φιλικός	2	**A**	ABABABAAAB	A	B-φιλικός	1	**A**	ABABABAAAB
4	3	A	B-φιλικός	0	**B**	ABBBABAAAB	A	B-φιλικός	1	**A**	ABABABAAAB
5	3	B	B-φιλικός	0	**B**	ABBBABAAAB	A	B-φιλικός	1	**A**	ABABABAAAB
6	5	A	B-φιλικός	-2	**B**	ABBBBBAAAB	A	B-φιλικός	1	**A**	ABABABAAAB
7	2	B	A-φιλικός	-2	**B**	ABBBBBAAAB	B	A-φιλικός	3	**A**	AAABABAAAB
8	7	A	B-φιλικός	0	**B**	ABBBBBBAAB	A	B-φιλικός	3	**A**	AAABABAAAB
9	3	B	B-φιλικός	-2	**B**	ABBBBBBAAB	A	B-φιλικός	3	**A**	AAABABAAAB
10	6	B	B-φιλικός	-2	**B**	ABBBBBBAAB	B	B-φιλικός	5	**A**	AAABAAAAAB
11	2	B	A-φιλικός	-2	**B**	ABBBBBBAAB	A	A-φιλικός	5	**A**	AAABAAAAAB
12	6	B	B-φιλικός	-2	**B**	ABBBBBBAAB	A	B-φιλικός	5	**A**	AAABAAAAAB
13	8	A	B-φιλικός	-2	**B**	ABBBBBBBAB	A	B-φιλικός	5	**A**	AAABAAAAAB
14	4	B	A-φιλικός	-4	**B**	ABBBBBBBAB	B	A-φιλικός	7	**A**	AAAAAAAAAB
15	8	B	A-φιλικός	-2	**B**	ABBBBBBBAB	A	A-φιλικός	7	**A**	AAAAAAAAAB
16	6	B	A-φιλικός	-4	**B**	ABBBBBBBAB	A	A-φιλικός	7	**A**	AAAAAAAAAB
17	10	B	A-φιλικός	0	**A**	ABBBBBBBAA	B	A-φιλικός	9	**A**	AAAAAAAAAA
18	9	A	B-φιλικός	0	**B**	ABBBBBBBBA					
19	8	B	B-φιλικός	-2	**B**	ABBBBBBBBA					
20	1	A	B-φιλικός	-2	**B**	BBBBBBBBBA					
21	10	A	B-φιλικός	-4	**B**	BBBBBBBBBB					

Έπειτα από την 4η στιγμή, η ακολουθία των υιοθετήσεων ήταν τελείως διαφορετική για τα δύο δίκτυα. Στο πλήρες δίκτυο όλοι οι επόμενοι δράστες της σειράς διαλογής, μετά την 4η χρονική στιγμή, υιοθέτησαν την τεχνολογία Α, ενώ στο 4-κανονικό όλοι οι δράστες με την ίδια σειρά διαλογής υιοθέτησαν την τεχνολογία Β. Στο διάνυσμα καταστάσεων του 4-κανονικού δικτύου είχαμε $x_i^{t_e} = B, \forall i$ κατά την στιγμή ισορροπίας $t_e = 21$, ενώ στο πλήρες δίκτυο η ισορροπία επήλθε νωρίτερα, $t_e = 17$, και για το διάνυσμα καταστάσεων ήταν $x_i^{t_e} = A, \forall i$.

Παρακάτω, ελέγχουμε την περίπτωση που έχουμε κανονικά δίκτυα ίδιου αριθμού δραστών με αυξανόμενη πυκνότητα. Για παράδειγμα, ένα 2-κανονικό δίκτυο με 20 δράστες έχει χαμηλή πυκνότητα (0.105). Ένα 4-κανονικό δίκτυο με 20 δράστες έχει διπλάσια πυκνότητα (0.211). Ένα 6-κανονικό δίκτυο με 20 δράστες έχει τριπλάσια πυκνότητα της τάξης του 0.316, κοκ. Εκτελέσαμε δέκα προσομοιώσεις με τις παραμέτρους των σχέσεων [4.3] ξεκινώντας από ένα 2-κανονικό δίκτυο και σε κάθε πείραμα αυξάναμε κατά 2 τον βαθμό κάθε κόμβου και συνεπώς την πυκνότητα του αντίστοιχου κανονικού δικτύου. Με αυτόν τον τρόπο, στο 10° πείραμα είχαμε καταλήξει σε ένα 20-κανονικό δίκτυο με 20 κόμβους, δηλαδή ένα πλήρες δίκτυο με πυκνότητα 1. Σε όλες τις περιπτώσεις, η διαδικασία έφτασε σε ισορροπία και το διάνυσμα καταστάσεων ήταν πάντοτε ομοιογενές, δηλαδή είχαμε πλήρη επικράτηση μιας από τις δύο τεχνολογίες (είτε της Α είτε της Β) σε όλο το δίκτυο. Το σχήμα 12 δείχνει τα αποτελέσματα ως προς τον χρόνο επικράτησης όταν εκτελέσαμε τα πειράματα.



Σχήμα 12

Φαίνεται από το σχήμα 12 ότι ενώ υπάρχει συσχέτιση ανάμεσα στον χρόνο πλήρους επικράτησης μιας τεχνολογίας στο δίκτυο και την πυκνότητα του, εντούτοις οι διακυμάνσεις υποδηλώνουν πάλι την ύπαρξη και άλλων παραγόντων που καθορίζουν την στιγμή της πλήρους επικράτησης μιας τεχνολογίας. Δηλαδή, ο χρόνος πλήρους επικράτησης μειώνεται όσο μεγαλώνει η πυκνότητα και το δίκτυο τείνει να γίνει πλήρες, αλλά οι διακυμάνσεις στον απαιτούμενο χρόνο δείχνουν την αποφασιστική σημασία στην τελική έκβαση του κάθε πειράματος που έχουν τα τυχαία γεγονότα, δηλαδή η τυχαία σειρά επιλογής των δραστών καθώς και η ίση πιθανότητα των προτιμήσεων του κάθε δράστη.

Σε ποιες περιπτώσεις έχουμε πλήρη επικράτηση μιας τεχνολογίας στο μοντέλο αυτό; Γιατί συμβαίνει πάντοτε να επικρατεί πλήρως μία από τις δύο τεχνολογίες σε όλο το δίκτυο; Τι ρόλο παίζουν οι παράμετροι της προσομοίωσης;

Είναι σαφές ότι θα έχουμε επικράτηση της τεχνολογίας Β, όταν κάθε ένας Α-φιλικός δράστης εκλέγει μόνο την τεχνολογία Β. Αντίστοιχα, όταν κάθε ένας Β-φιλικός δράστης εκλέγει αποκλειστικά την τεχνολογία Α, τότε θα έχουμε επικράτηση της Α. Η πρώτη περίπτωση, δηλαδή επικράτηση της τεχνολογίας Β, συμβαίνει όταν για κάθε Α-φιλικό δράστη ισχύει:

$$F_i^A = \delta_i^A + r_A \cdot \gamma_i < 0$$

δηλαδή όταν:

$$\gamma_i < \frac{-\delta_i^A}{r_A} \qquad [4]$$

Η δεύτερη περίπτωση, δηλαδή κλείδωμα στην τεχνολογία Α, συμβαίνει όταν για κάθε Β-φιλικό δράστη:

$$F_i^B = -\delta_i^B + r_B \cdot \gamma_i > 0$$

ή καλύτερα όταν:

$$\gamma_i > \frac{\delta_i^B}{r_B} \qquad [5]$$

Για την δικτυακή συνιστώσα ισχύει πάντοτε η ανίσωση [4.2]:

$$-d \le \gamma_i \le d$$

Επομένως, για να ισχύει η ανίσωση [4.4], δηλαδή να έχουμε επικράτηση της Β, θα πρέπει λόγω της ανίσωσης [4.2] να ισχύει:

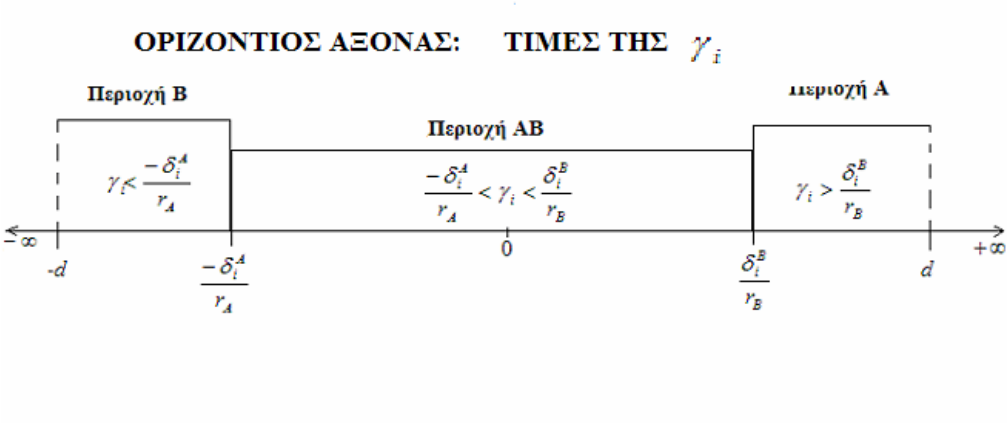
$$-d < \gamma_i < \frac{-\delta_i^A}{r_A} \qquad [6]$$

Για να ισχύει η ανίσωση [4.5], δηλαδή να έχουμε επικράτηση της Α, θα πρέπει λόγω της ανίσωσης [4.2] να ισχύει:

$$\frac{\delta_i^B}{r_B} < \gamma_i < d \qquad [7]$$

Με άλλα λόγια οι ανισώσεις [4.6] και [4.7] καθορίζουν φράγματα απορρόφησης της διαδικασίας για κάθε έναν δράστη. Τότε έχουμε την εξής αναπαράσταση για τις δυνατές επιλογές στην

υιοθέτηση τεχνολογίας από ένα δράστη σε σχέση με την τιμή της διαφοράς γ_i των καταστάσεων Α και Β στην γειτονιά του:



Σχήμα 13

Αν $\frac{\delta_i^A}{r}, \frac{\delta_i^B}{r} < d$, τότε στην 'περιοχή Β' των τιμών του γ_i (σχήμα 15) ο δράστης *i* επιλέγει με πιθανότητα 1 την τεχνολογία Β, ενώ στην 'περιοχή Α' επιλέγει με πιθανότητα 1 την τεχνολογία Α. Στην ενδιάμεση 'περιοχή ΑΒ', στην οποία $\frac{-\delta_i^A}{r_A} < \gamma_i < \frac{\delta_i^B}{r_B}$, ο δράστης μπορεί να επιλέξει την Α ή την Β. Έτσι, έχουμε καταλήξει στο ακόλουθο πόρισμα:

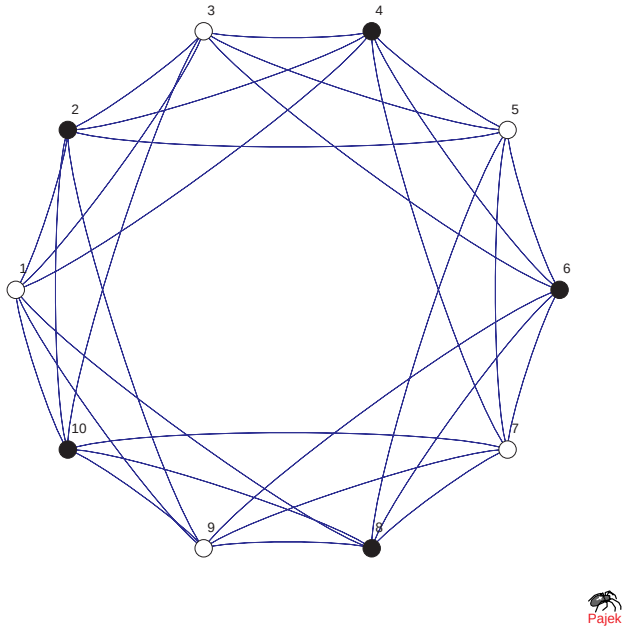
Αν $\frac{\delta_i^A}{r}, \frac{\delta_i^B}{r} < d$ *τότε σε κάθε d-κανονικό δίκτυο, όπου d άρτιος, συμβαίνει επικράτηση μιας από τις δύο τεχνολογίες με πιθανότητα 1.*

Αντίθετα, αν $\frac{\delta_i^A}{r}, \frac{\delta_i^B}{r} > d$ τότε για οποιεσδήποτε τιμές του γ οι συναρτήσεις απόδοσης είναι $F_i^A = \delta_i^A + r_A \cdot \gamma_i > 0$, αν έχουμε Α-φιλικό δράστη και $F_i^B = -\delta_i^B + r_B \cdot \gamma_i < 0$ σε αντίθετη περίπτωση. Δηλαδή, αν ο δράστης είναι Α-φιλικός θα επιλέξει την τεχνολογία Α ενώ αν είναι Β-φιλικός θα επιλέξει την Β. Επομένως η διαδικασία οδηγείται σε ανισορροπία αφού θεωρούμε στο μοντέλο Ι ότι κάθε δράστης του δικτύου με πιθανότητα 1/2 είναι Α-φιλικός ή Β-φιλικός. Ισχύει, δηλαδή, το εξής:

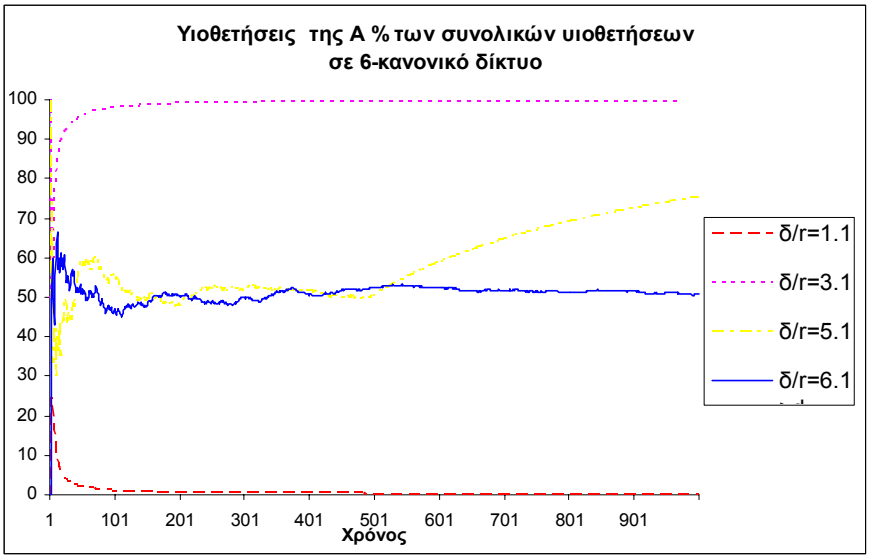
Αν $\frac{\delta_i^A}{r}, \frac{\delta_i^B}{r} > d$ *σε d-κανονικό δίκτυο, όπου d άρτιος, η πιθανότητα η διαδικασία να οδηγηθεί σε ισορροπία με επικράτηση μιας από τις δύο τεχνολογίες είναι μηδέν.*

Διότι αν $\frac{\delta_i^A}{r}, \frac{\delta_i^B}{r} > d$ τότε οι σχέσεις [4.4] και [4.5] δεν ισχύουν ποτέ. Είναι $\frac{-\delta_i^A}{r} < -d$ και, λόγω της [4.2]: $-d \le \gamma_i \le d$, έχουμε: $\frac{-\delta_i^A}{r_A} < \gamma_i$. Όμοια, επειδή $\frac{\delta_i^B}{r} > d$, λόγω της [4.2], έχουμε $\gamma_i < \frac{\delta_i^B}{r_B}$.

Για παράδειγμα, έστω η περίπτωση όπου ισχύουν οι τιμές των εξισώσεων [3]. Τότε οι ανισότητες [6] και [7] γίνονται $-d < \gamma_i < \frac{0-0.6}{1} = -0.6$ και $\frac{0+0.6}{1} = 0.6 < \gamma_i < d$, αντίστοιχα. Αυτό σημαίνει ότι αρκεί οι καταστάσεις Α και Β στην γειτονιά κάθε δράστη να διαφέρουν κατά μία μεταξύ τους, δηλαδή αρκεί γ_i=1 ή γ_i=-1 προκειμένου ο δράστης εκείνος να υιοθετεί αποκλειστικά είτε την τεχνολογία Α ή την τεχνολογία Β, αντίστοιχα. Στην περίπτωση που οι γειτόνισσες του με κατάσταση Β είναι κατά μία περισσότερες από εκείνες με την κατάσταση Α, τότε ο δράστης υιοθετεί αποκλειστικά την τεχνολογία Β. Αντίθετα, αν οι γειτόνισσες του με κατάσταση Α είναι κατά μία περισσότερες από εκείνες της κατάστασης Β, τότε ο δράστης υιοθετεί αποκλειστικά την τεχνολογία Α. Προφανώς, οι τιμές των παραμέτρων που θεωρούμε στο προσομοίωση έχουν ιδιαίτερη σημασία. Για παράδειγμα, έστω ένα 6-κανονικό δίκτυο με 10 δράστες, όπως στο σχήμα 14. Πειραματιζόμαστε με τις εξής τιμές για τα δ_i^A, δ_i^B: 1.1, 3.1, 5.1 και 6.1 και $r_A = r_B = 1$. Το σχήμα 15 απεικονίζει τα αποτελέσματα των πειραμάτων για τις παραπάνω τιμές (υιοθετήσεις της Α ως % στις συνολικές σε κάθε πείραμα).



Σχήμα 14



Σχήμα 15

Παρατηρεί κανείς ότι για εκείνες τις τιμές των παραμέτρων για τις οποίες $\frac{\delta_i^A}{r}, \frac{\delta_i^B}{r} < 6$ έχουμε επικράτηση μιας τεχνολογίας, της Α για $\delta_i^A, \delta_i^B = 1.1$ και της Β για $\delta_i^A, \delta_i^B = 3.1$ και 5.1. Αν και σε όλες αυτές τις περιπτώσεις χρησιμοποιήσαμε την ίδια ακολουθία ψευδό-τυχαίων αριθμών

στο 3ο και το 4ο βήμα του αλγορίθμου με σκοπό να μπορούμε να συγκρίνουμε άμεσα τα αποτελέσματα, κάθε ένα πείραμα είχε διαφορετική εξέλιξη στην διαδικασία υιοθέτησης τεχνολογίας από τους δράστες, όπως φαίνεται από τις διαφοροποιήσεις στις γραφικές παραστάσεις του σχήματος 15. Η ισορροπία επιτεύχθηκε σε διαφορετική χρονική στιγμή κάθε φορά και τελικά το διάνυσμα καταστάσεων την στιγμή ισορροπίας δεν ήταν το ίδιο σε όλες τις περιπτώσεις, πράγμα που σημαίνει ότι δεν επικράτησε η ίδια τεχνολογία. Τέλος, για την τιμή $\frac{\delta_i^A}{r_A} = \frac{\delta_i^B}{r_B} = 6.6 > d$ η διαδικασία δεν έφτασε ποτέ σε ισορροπία, αλλά σε μια κατάσταση συνεχούς εναλλαγής τεχνολογιών (ανισορροπία) από τους δράστες, όπως αναμέναμε από τις ανισώσεις [6] και [7], αφού θεωρούμε ότι κάθε δράστης έχει ίδια πιθανότητα σε κάθε χρονική στιγμή να είναι Α-φιλικός ή Β-φιλικός.

Τι γίνεται στην περίπτωση που θεωρήσουμε ότι οι δράστες δεν έχουν προδιάθεση προς κάποια τεχνολογία, αλλά εκλέγουν βάσει των καταστάσεων που επικρατούν στην γειτονιά τους; Θα δείξουμε πως, όταν δεν διαχωρίζουμε τους δράστες σε Α-φιλικούς και Β-φιλικούς, η διαδικασία ανταγωνισμού μπορεί να οδηγηθεί σε *ανομοιογενή ισορροπία*, δηλαδή συνύπαρξη των δύο τεχνολογιών στο δίκτυο. Με άλλα λόγια, όταν η συνάρτηση απόδοσης εξαρτάται μόνο από την διαφορά των καταστάσεων $\gamma_i = (n_i^A - n_i^B)$ στην γειτονιά κάθε δράστη *i*, τότε υπάρχει η πιθανότητα η διαδικασία να καταλήξει σε ισορροπία με διάνυσμα $\overline{X}_{t_e} = (A \text{ ή } B)^N$. Τότε οι δράστες ουσιαστικά διαχωρίζονται σε δύο ομάδες ως προς τις καταστάσεις: η μία ομάδα εκλέγει μόνο την τεχνολογία Α και η άλλη μόνο την τεχνολογία Β. Οι ομάδες αυτές παραμένουν αμετάβλητες. Το φαινόμενο αυτό το λέμε ανομοιογενή ισορροπία και εννοούμε ότι η προσομοίωση οδηγήθηκε σε ανομοιογενές διάνυσμα καταστάσεων των δραστών τη στιγμή ισορροπίας.

Η τροποποίηση αυτή στο μοντέλο μπορεί να αναπαρασταθεί από τον εξής αλγόριθμο Ια:

<u>Αλγόριθμος Ια – Χωρίς προδιαθέσεις</u>

1. *t=0*
2. Χρονική στιγμή *t=t+1*.
3. <u>Επιλογή</u> ενός δράστη *i* από τους *N*.
4. Υπολόγισε τη συνάρτηση απόδοσης: $F_i^A = r_A \cdot \gamma_i$

a. Αν $F_i^A > \lambda$, τότε ο *i υιοθετεί* την τεχνολογία Α.

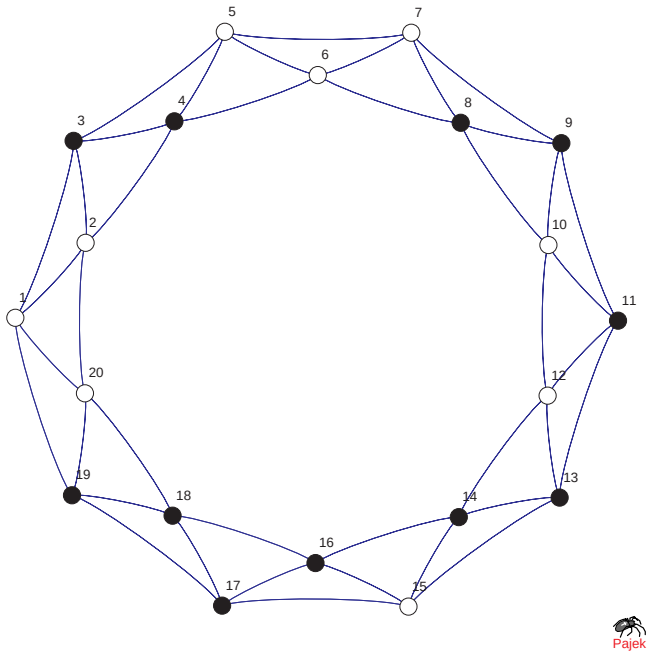
b. Αν $F_i^A < -\lambda$, τότε ο *i υιοθετεί* την τεχνολογία Β.

c. Αν $-\lambda < F_i^A < \lambda$, τότε ο *i* δεν υιοθετεί καμία τεχνολογία αλλά παραμένει σε αυτή που είχε πριν.

5. Αν $t < t_{\mathrm{MAX}}$ πήγαινε στο βήμα 2, αλλιώς τέλος.

Θεωρούμε το ένα 4-κανονικό δίκτυο με 20 δράστες, όπως στο σχήμα 16. Εκτελούμε τον αλγόριθμο Ια με τις εξής τιμές στις παραμέτρους:

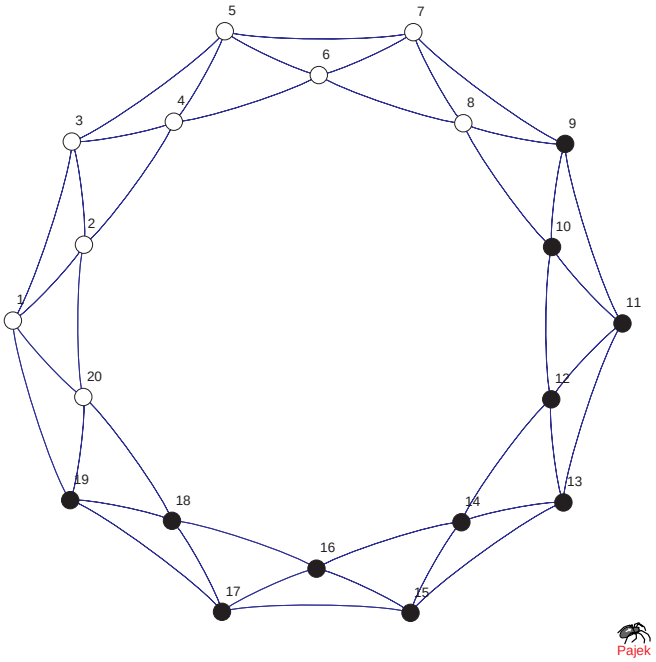
$$r_A = r_B = 1,\ \lambda=0,\ MaxTime = 1500 \qquad [8]$$



Σχήμα 16

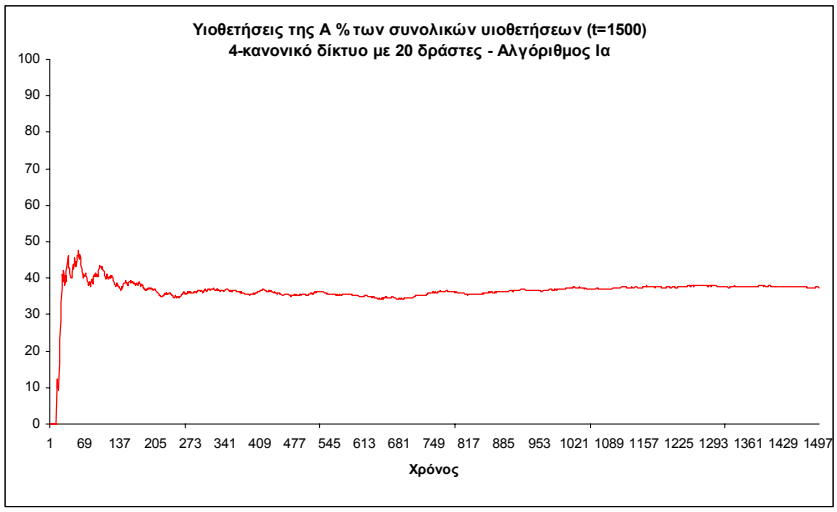
Μετά από χρόνο $t_{MAX} = 1500$, η προσομοίωση τελείωσε, χωρίς κάποια από τις δύο τεχνολογίες να έχει επικρατήσει πλήρως στο δίκτυο, όπως φαίνεται στο σχήμα 17. Αντίθετα, από την $t = 21$, οι 12 από τους 20 δράστες υιοθετούσαν μόνο την τεχνολογία Β ενώ οι υπόλοιποι 8 δράστες υιοθετούσαν από την ίδια στιγμή μέχρι το τέλος μόνο την τεχνολογία Α. Στην ουσία οι δράστες είχαν διαχωριστεί σε δύο «ομάδες»: την Α και την Β. Οι δράστες της ομάδας Α (με λευκό χρώμα στο σχήμα 18), δηλαδή οι {1ος, 2ος, 3ος, 4ος, 5ος, 6ος, 7ος , 8ος, 20ος},

υιοθετούσαν αυστηρά την τεχνολογία Α, ενώ οι υπόλοιποι δράστες (με μαύρο χρώμα) υιοθετούσαν αυστηρά την Β.



Σχήμα 17

Στο σχήμα 18 φαίνεται η εξέλιξη των υιοθετήσεων της Α ως ποσοστό του συνόλου των υιοθετήσεων καθ' όλη τη διάρκεια του πειράματος. Παρατηρεί κανείς ότι το ποσοστό στην αρχή αυξάνεται και μετά από κάποιες διακυμάνσεις σχεδόν σταθεροποιείται στο 38%.



Σχήμα 18

Στον πίνακα 5 αναλύονται οι διαδοχικές υιοθετήσεις κατά τις πρώτες 22 χρονικές στιγμές. Αυτές οι 22 επαναλήψεις αρκούσαν για να χωριστούν οι δράστες στις προαναφερθείσες «ομάδες». Σε αυτήν την περίπτωση, η διαδικασία οδηγήθηκε σε ισορροπία με ανομοιογενές διάνυσμα καταστάσεων.

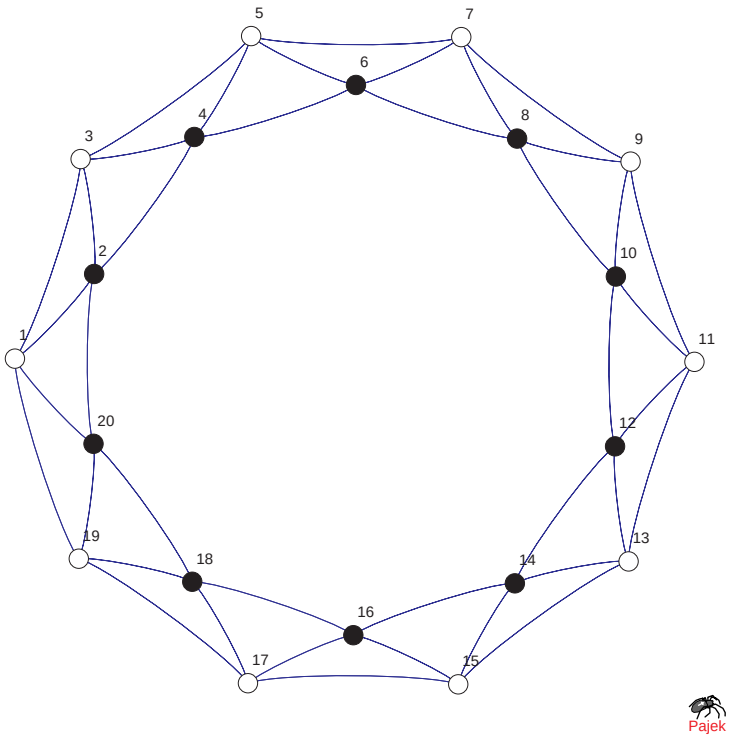
Πίνακας 5

Χρόνος	*Δράστης*	*Πριν την εκλογή*	*Προδιάθεση*	$\gamma_i^t = (n_{i,A}^t - n_{i,B}^t)$	**Εκλογή**	Διάνυσμα καταστάσεων
0	-	-				AABBAAABBABABBABBBBA
1	13	B	B-φιλικός	0	B	AABBAAABBABABBABBBBA
2	12	A	A-φιλικός	-2	B	AABBAAABBABBBBABBBBA
3	10	A	A-φιλικός	-4	B	AABBAAABBBBBBBABBBBA
4	2	A	B-φιλικός	0	A	AABBAAABBBBBBBABBBBA
5	18	B	A-φιλικός	-2	B	AABBAAABBBBBBBABBBBA
6	13	B	A-φιλικός	-2	B	AABBAAABBBBBBBABBBBA
7	20	A	A-φιλικός	0	A	AABBAAABBBBBBBABBBBA
8	15	A	A-φιλικός	-4	B	AABBAAABBBBBBBBBBBBA
9	16	B	B-φιλικός	-4	B	AABBAAABBBBBBBBBBBBA
10	19	B	A-φιλικός	0	B	AABBAAABBBBBBBBBBBBA
11	5	A	A-φιλικός	0	A	AABBAAABBBBBBBBBBBBA
12	16	B	B-φιλικός	-4	B	AABBAAABBBBBBBBBBBBA
13	1	A	A-φιλικός	0	A	AABBAAABBBBBBBBBBBBA
14	3	B	A-φιλικός	2	A	AAABAAABBBBBBBBBBBBA
15	18	B	A-φιλικός	-2	B	AAABAAABBBBBBBBBBBBA
16	16	B	B-φιλικός	-4	B	AAABAAABBBBBBBBBBBBA
17	19	B	A-φιλικός	0	B	AAABAAABBBBBBBBBBBBA
18	11	B	A-φιλικός	-4	B	AAABAAABBBBBBBBBBBBA
19	3	A	A-φιλικός	2	A	AAABAAABBBBBBBBBBBBA
20	7	A	A-φιλικός	0	A	AAABAAABBBBBBBBBBBBA
21	4	B	B-φιλικός	4	A	AAAAAAABBBBBBBBBBBBA
22	4	A	A-φιλικός	4	A	AAAAAAABBBBBBBBBBBBA

Το μοντέλο χωρίς προδιαθέσεις που περιγράφεται από τον αλγόριθμο Ια δεν οδηγεί πάντοτε σε ανομοιογενή ισορροπία. Αν εκτελέσουμε αρκετές προσομοιώσεις, τότε υπάρχει η πιθανότητα σε κάποια επανάληψη του πειράματος να επικρατήσει πλήρως μια τεχνολογία σε όλο το δίκτυο. Για παράδειγμα δοκιμάσαμε δέκα πειράματα με τις ίδιες τιμές στις παραμέτρους των εξισώσεων

[8]. Στα οκτώ η διαδικασία περιήλθε σε ισορροπία με ανομοιογενές διάνυσμα, ενώ τα υπόλοιπα δύο πειράματα κατέληξαν σε ομοιογενή ισορροπία, δηλαδή μία από τις δύο τεχνολογίες επικράτησε.

Στην περίπτωση που του αρχικό διάνυσμα καταστάσεων είναι όπως στο σχήμα 19, δηλαδή κάθε δράστης έχει $\gamma_i = 0$, τότε η διαδικασία μένει στάσιμη, δεν συμβαίνει καμιά υιοθέτηση. Οι δράστες παραμένουν στις αρχικές καταστάσεις από την αρχή ως το τέλος της προσομοίωσης. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι για κάθε δράστη, σε αυτήν την περίπτωση έχουμε $F_i = r \cdot \gamma_i = 1 \cdot (2-2) = 0$. Αφού η τιμή της συνάρτησης απόδοσης είναι μηδενική, κανένας δράστης δεν προβαίνει σε αλλαγή κατάστασης. Το ίδιο συμβαίνει, φυσικά, σε κάθε δίκτυο δραστών με μηδενικές προδιαθέσεις όπου κάθε δράστης συνδέεται δράστες των οποίων οι καταστάσεις έχουν διαφορά: $\gamma_i = 0$.



Σχήμα 19

Από τις προσομοιώσεις που παρουσιάσαμε σε αυτήν την ενότητα, φαίνεται ότι η διαδικασία που περιγράφεται από το μοντέλο εξακολουθεί να έχει τα χαρακτηριστικά του μοντέλου του Arthur

για άρτιου βαθμού κανονικά δίκτυα, όταν $\frac{\delta_i^A}{r}, \frac{\delta_i^B}{r} < d$ και οι δράστες έχουν μη-μηδενικές προδιαθέσεις. Δηλαδή, η διαδικασία είναι μη-προβλέψιμη, μη-εύκαμπτη, μη-εργοδική και πιθανώς ανεπαρκής. Είναι μη-προβλέψιμη, γιατί ένας εξωτερικός παρατηρητής ξέρει ότι θα επικρατήσει μια από τις δύο τεχνολογίες, αλλά δεν ξέρει με σιγουριά ποια από τις δύο. Είναι μη-εύκαμπτη γιατί αν η μία από τις δύο τεχνολογίες αρχίσει να επικρατεί στο δίκτυο, τότε είναι αδύνατο να αντιστραφεί η διαδικασία και να έχουμε τελικά επικράτηση της άλλης τεχνολογίας. Είναι μη-εργοδική γιατί εξαρτάται από το μονοπάτι, αφού τα «μικρά τυχαία γεγονότα» που καθορίζουν τους χρόνους διαλογής t_i κάθε δράστη του δικτύου, καθώς και την προδιάθεση του, είναι αποφασιστικής σημασίας για την εξέλιξη των μεριδίων κάθε τεχνολογίας. Για παράδειγμα, οι υιοθετήσεις τεχνολογίας διαδοχικών δραστών σε κάποιο τμήμα της σειράς διαλογής τους μπορεί να οδηγεί σε προβάδισμα της Α τεχνολογίας, ενώ μια διαφορετική αλληλουχία δραστών να οδηγεί σε προβάδισμα της Β. Τέλος, είναι μη-επαρκής, αφού μπορεί να επικρατήσει μια τεχνολογία (*μόνο επειδή σε κάποιο χρονικό διάστημα έτυχε ικανός αριθμός από διαδοχικούς δράστες να την επιλέγουν*) που να είναι κατώτερη από την ανταγωνιστική τεχνολογία, όσον αφορά την απόδοση που θα είχε η τελευταία για τους δράστες που την υιοθετούσαν αν είχε τελικώς επικρατήσει.

Όταν, όμως, υποθέσαμε ότι οι δράστες δεν έχουν προδιάθεση προς κάποια τεχνολογία, αλλά εκλέγουν βάσει των καταστάσεων που επικρατούν στην γειτονιά τους, τότε είδαμε ότι υπάρχει η πιθανότητα να δημιουργούνται δύο ομάδες δραστών ως προς τις καταστάσεις τη στιγμή ισορροπίας: η μία ομάδα εκλέγει μόνο την τεχνολογία Α και η άλλη μόνο την τεχνολογία Β. Το φαινόμενο αυτό, όταν η προσομοίωση οδηγείται σε ανομοιογενές διάνυσμα καταστάσεων των δραστών τη στιγμή ισορροπίας, το λέμε ανομοιογενή ισορροπία. Αν και η πιθανότητα εμφάνισης πλήρους επικράτησης (ομοιογενούς ισορροπίας) εξακολουθεί να υφίσταται, ωστόσο σε αυτήν την περίπτωση δεν είναι ίση με την μονάδα, όπως συνέβαινε στο μοντέλο του Arthur.

Τέλος, παρουσιάσαμε την περίπτωση, όσον αφορά την επιλογή των τιμών των παραμέτρων της προσομοίωσης και κυριότερα της ατομικής συνιστώσας της συνάρτησης απόδοσης, $\frac{\delta_i^A}{r}, \frac{\delta_i^B}{r} > d$, όπου η προσομοίωση δεν είναι δυνατόν να οδηγηθεί σε ισορροπία. Αυτή η περίπτωση αντιστοιχεί σε δίκτυα δραστών με ισχυρές προσωπικές προδιαθέσεις-απόψεις, τόσο

δε ισχυρές που μπορούν να παραβλέπουν την απόλυτη επικράτηση μιας διαφορετικής κατάστασης (τεχνολογίας) στην γειτονιά τους.

2. Κανονικά γραφήματα περιττού βαθμού

Στην προηγούμενη ενότητα παρουσιάσαμε προσομοιώσεις του μοντέλου με τον αλγόριθμο I σε d-κανονικά δίκτυα, όπου *d* άρτιος, και δείξαμε ότι, σε όλες τις περιπτώσεις για τις οποίες $\frac{\delta_i^A}{r}, \frac{\delta_i^B}{r} < d$, η διαδικασία ανταγωνισμού των δύο τεχνολογιών έχει τα ίδια χαρακτηριστικά με το αντίστοιχο μοντέλο του Arthur. Σε αυτήν την ενότητα εργαζόμαστε με τον αλγόριθμο I σε κανονικά γραφήματα *περιττού βαθμού d*. Σε αυτό το πλαίσιο, θα παρουσιάσουμε σε ποιες περιπτώσεις η διαδικασία εκλογής τεχνολογιών οδηγείται σε ομοιογενές διάνυσμα καταστάσεων και σε ποιες καταλήγουμε σε ανομοιογενές διάνυσμα καταστάσεων την στιγμή της ισορροπίας. Στην τελευταία περίπτωση, καμία από τις δύο τεχνολογίες δεν επικρατεί πλήρως στο δίκτυο, αλλά και οι δύο τεχνολογίες μπορεί να συνυπάρχουν στο δίκτυο των δραστών σε μια κατάσταση ισορροπίας. Δεν ελέγχουμε την τετριμμένη πλέον περίπτωση όπου $\frac{\delta_i^A}{r}, \frac{\delta_i^B}{r} > d$ στην οποία η διαδικασία υιοθετήσεων δεν έχει σημείο ισορροπίας. Αν $\frac{\delta_i^A}{r}, \frac{\delta_i^B}{r} < d$ διακρίνουμε δύο περιπτώσεις για τις τιμές της ατομικής συνιστώσας της συνάρτησης απόδοσης:

- $\delta_i^A, \delta_i^B > r$
- $\delta_i^A, \delta_i^B < r$

Παρακάτω παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα προσομοιώσεων του μοντέλου για τις δύο περιπτώσεις σε δύο δίκτυα: ένα 3-κανονικό με 6 δράστες και ένα 3-κανονικό με 8 δράστες. Καθένα από τα δύο δίκτυα συνιστά 2-κλίκα με 6 και 8 δράστες, αντίστοιχα.

Περίπτωση $\delta_i^A, \delta_i^B > r$

Διερευνούμε την πρώτη περίπτωση: $\delta_i^A, \delta_i^B > r$. Υποθέτουμε το δίκτυο δραστών του σχήματος 20. Το γράφημα αποτελείται από 6 δράστες που ο καθένας έχει βαθμό 3. Το αρχικό διάνυσμα καταστάσεων είναι το:

$$\overline{X}_{t_0} = \left(x_i^{t_0}\right)_{i=1,2,\ldots N} = \left(A, B, A, B, A, B\right)$$

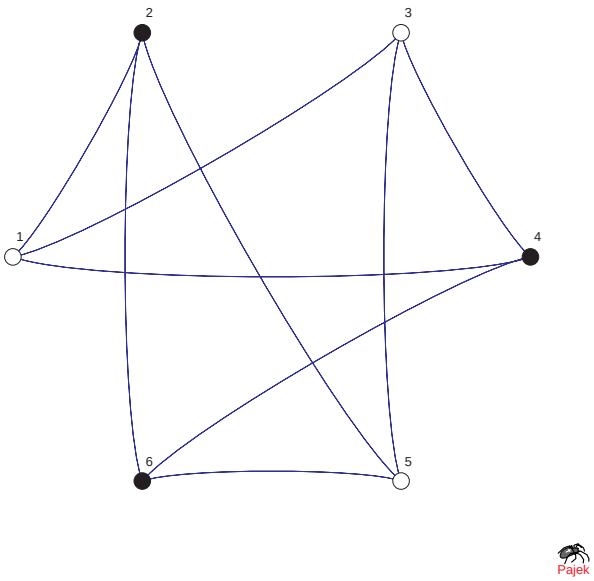
Στο σχήμα 20, με λευκό είναι χρωματισμένοι οι δράστες οι οποίοι βρίσκονται στην κατάσταση Α στην αρχή του πειράματος, ενώ με μαύρο είναι οι δράστες της κατάστασης Β. Πραγματοποιήσαμε 10 προσομοιώσεις χρησιμοποιώντας κάθε φορά το ίδιο αρχικό διάνυσμα καταστάσεων στο δίκτυο. Οι τιμές των παραμέτρων που χρησιμοποιούμε είναι:

$$\delta_i^A = \delta_i^B = 1.6$$

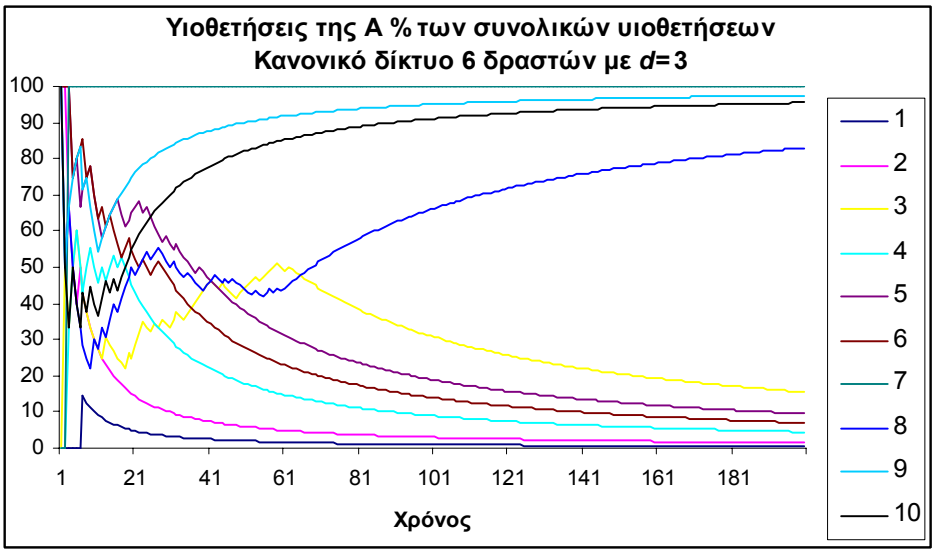
$$r_A = r_B = 1 \qquad [9]$$

$$\lambda=0,\ MaxTime = 200$$

Σε κάθε μία από τις 10 προσομοιώσεις, η διαδικασία έφτασε κάποια στιγμή $t_e << MaxTime$ σε ισορροπία. Επιπλέον, κάθε φορά το διάνυσμα καταστάσεων $\overline{X}_{t_e}$ στη στιγμή ισορροπίας ήταν ομοιογενές. Δηλαδή και στα δέκα πειράματα μία από τις δύο τεχνολογίες επικράτησε πλήρως σε όλο το δίκτυο. Αυτό φαίνεται και στις γραφικές παραστάσεις του ποσοστού των υιοθετήσεων της Α σε κάθε μία προσομοίωση (σχήμα 21). Σε κάθε προσομοίωση, το ποσοστό υιοθετήσεων της Α από κάποιο χρονικό σημείο t_e και μετά έτεινε γραμμικά είτε στο 100% (επικράτηση της Α) είτε στο 0% (επικράτηση της τεχνολογίας Β).



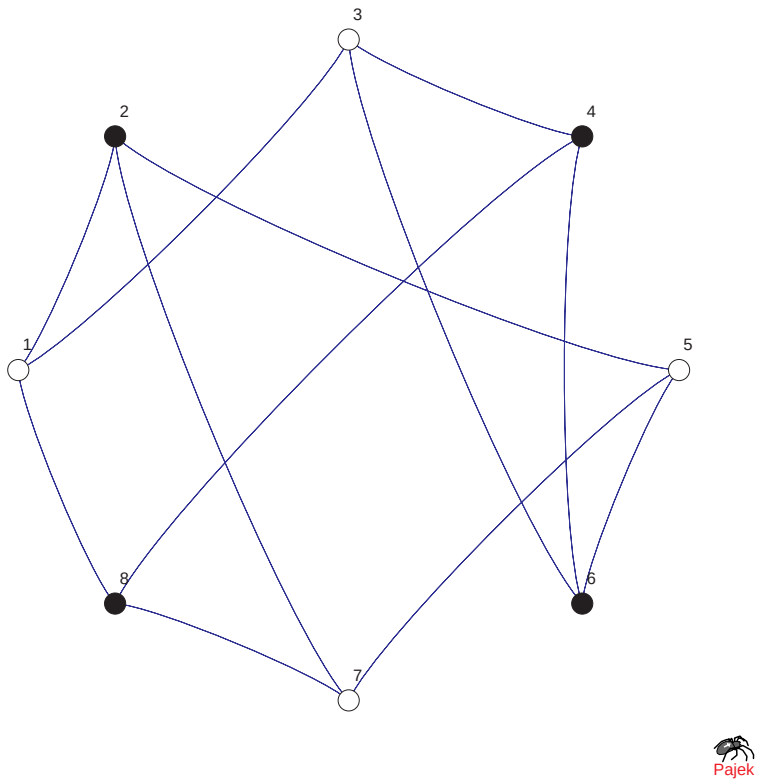
Σχήμα 20



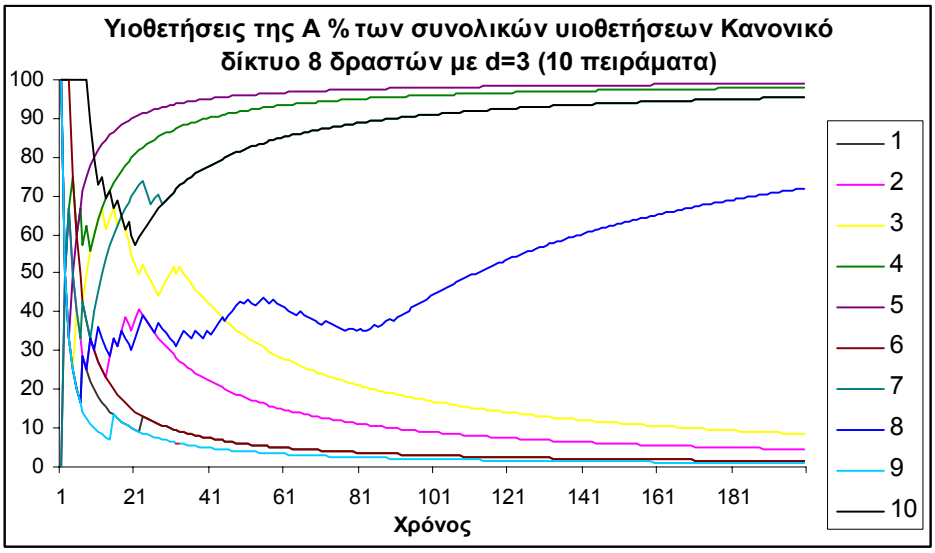
Σχήμα 21

Στο ίδιο αποτέλεσμα, δηλαδή ισορροπία με ομοιογενή διανύσματα καταστάσεων και επομένως επικράτηση μιας τεχνολογίας σε όλο το δίκτυο, κατέληξαν και τα πειράματα στα οποία χρησιμοποιήσαμε διαφορετικό αρχικό διάνυσμα καταστάσεων $\overline{X}_{t_0}$. Τέλος, δοκιμάσαμε προσομοιώσεις με μηδενικό διάνυσμα αρχικών υιοθετήσεων, με τις ίδιες τιμές των [9] στις παραμέτρους. Σε κάθε περίπτωση το αποτέλεσμα ήταν ομοιογενής ισορροπία.

Θεωρούμε τώρα ένα κανονικό δίκτυο 8 δραστών με βαθμό d=3. Το αρχικό διάνυσμα καταστάσεων στο δίκτυο ήταν το $\overline{X}_{t_0} == (A, B, A, B, A,.B, A, B)$ όπως στο σχήμα 22. Εκτελέσαμε 10 πειράματα με τον αλγόριθμο Ι για την περίπτωση $\delta_i^A, \delta_i^B > r$ (εξισώσεις [9]). Σε κάθε μία προσομοίωση, η διαδικασία οδηγήθηκε σε ισορροπία. Κατά την στιγμή ισορροπίας το διάνυσμα των καταστάσεων ήταν ομοιογενές, άρα σε όλα τα πειράματα είχαμε επικράτηση μιας εκ των δύο τεχνολογιών. Η εξέλιξη κάθε προσομοίωσης όσον αφορά τις συνολικές υιοθετήσεις απεικονίζεται στις γραφικές παραστάσεις του σχήματος 23.



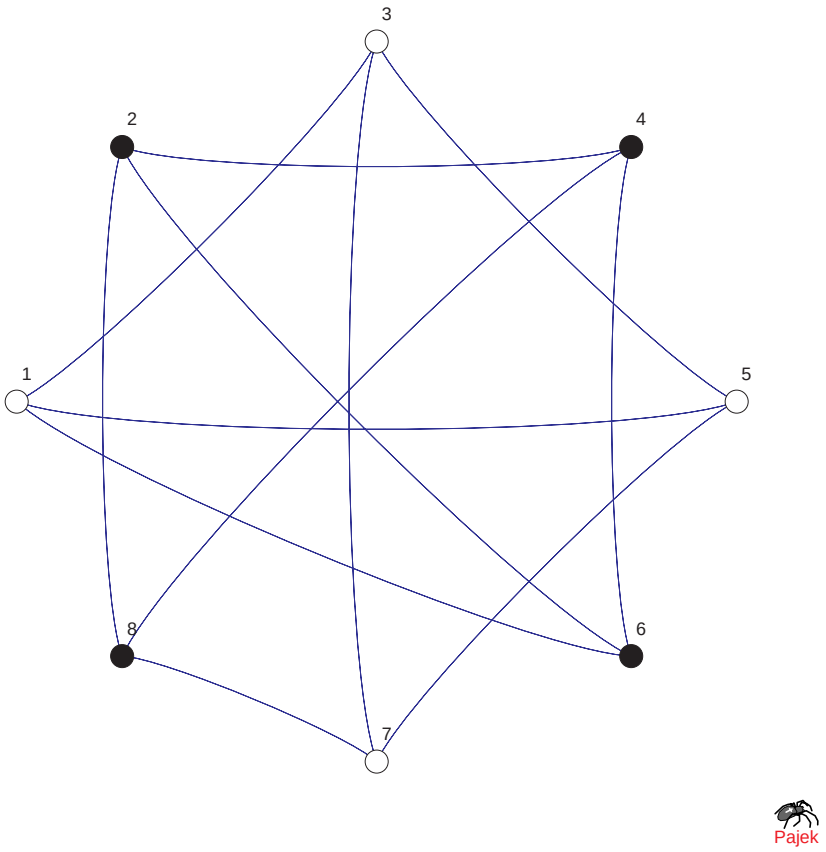
Σχήμα 22



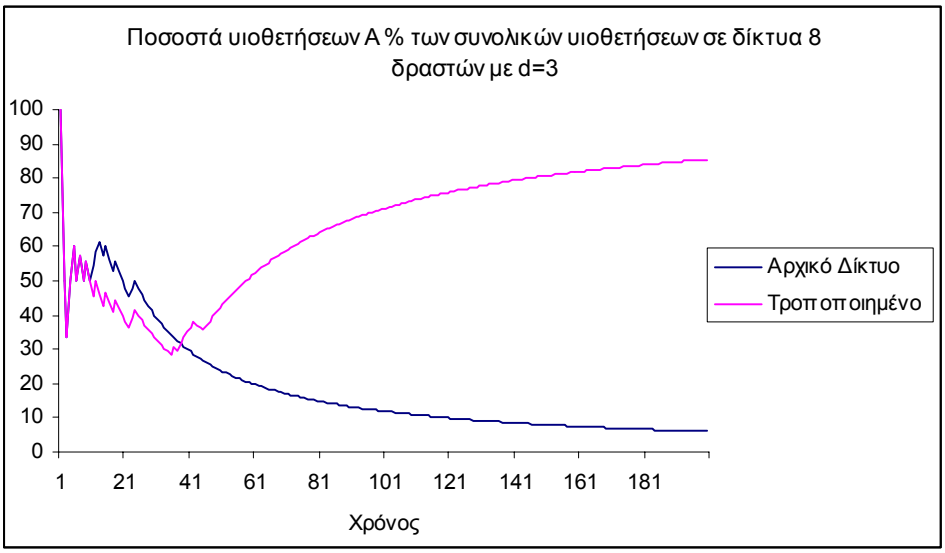
Σχήμα 23

Μια ενδιαφέρουσα περίπτωση είναι η σύγκριση του παραπάνω 3-κανονικού δικτύου (σχ. 22) με το 3-κανονικό δίκτυο του σχήματος 24. Τα δύο δίκτυα έχουν τον ίδιο αριθμό δραστών, ίδιο

βαθμό για όλους τους κόμβους, την ίδια πυκνότητα και την ίδια διάμετρο. Θεωρούμε, επιπλέον, ότι το διάνυσμα καταστάσεων στα δύο δίκτυα είναι ίδιο κατά την χρονική στιγμή $t_0 = 0$ και, τέλος, προκειμένου να έχουμε την δυνατότητα σύγκρισης αρχικοποιούμε την γεννήτρια ψευδό-τυχαίων αριθμών για το 3° και το 4° βήμα του αλγορίθμου Ι με τον ίδιο αριθμό, ώστε η σειρά διαλογής των δραστών να είναι ίδια και στις δύο προσομοιώσεις. Θα επικρατεί και στις δύο προσομοιώσεις η ίδια τεχνολογία πάντοτε; Το σχήμα 25 δίνει την απάντηση, που είναι αρνητική. Πειραματιστήκαμε με πολλούς τυχαίους αριθμούς (σειρές διαλογής), για τους οποίους επικρατούσε η ίδια τεχνολογία και στα δύο δίκτυα αν και σε διαφορετικούς χρόνους. Ωστόσο, η ακολουθία τυχαίων αριθμών που χρησιμοποιήθηκε σε αυτήν την προσομοίωση (σχ. 25) προκάλεσε την επικράτηση διαφορετικής τεχνολογίας σε κάθε δίκτυο.



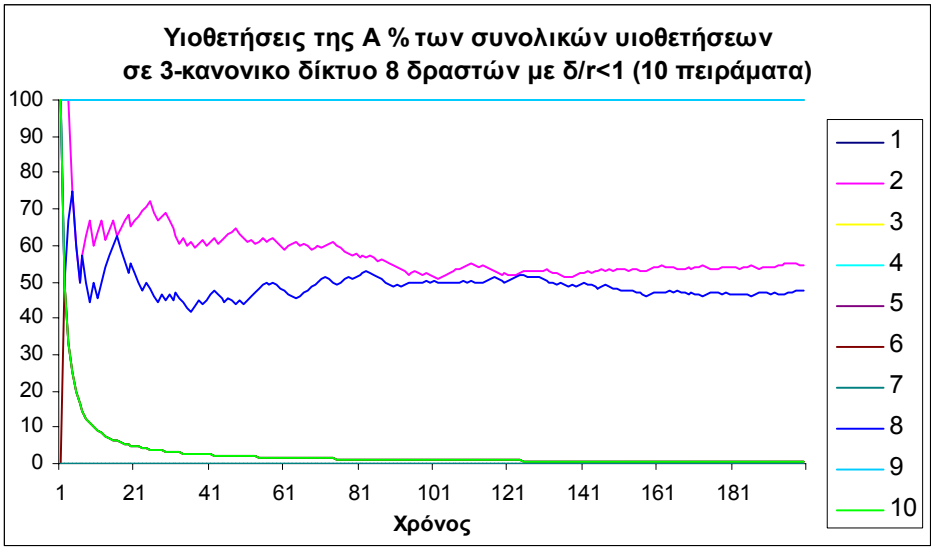
Σχήμα 24



Σχήμα 25

Περίπτωση $\delta_i^A, \delta_i^B < r$

Περνάμε στην δεύτερη περίπτωση, όπου $\delta_i^A, \delta_i^B < r$. Αρχικά δοκιμάζουμε με το 3-κανονικό δίκτυο των 6 δραστών (σχ. 19). Οι προσομοιώσεις εκτελέστηκαν με τιμές παραμέτρων $\delta_i^A = \delta_i^B = 0.6$ και r=1. Το σχήμα 26 αποτυπώνει την εξέλιξη των υιοθετήσεων της Α τεχνολογίας σε καθένα από τα 10 πειράματα. Από τα 10 πειράματα που εκτελέσαμε τα 2 φαίνεται να μην οδηγήθηκαν σε επικράτηση μιας εκ των δύο τεχνολογιών. Αντίθετα, μέχρι το τέλος των πειραμάτων αυτών καμία από τις δύο τεχνολογίες δεν απόκτησε ισχυρό προβάδισμα. Επιπλέον, η διακύμανση αυτών των δύο γραφικών παραστάσεων κοντά στο 50%, υποδεικνύει ότι η διαδικασία δεν εμφάνιζε μεταβολές, αντίθετα είχε οδηγηθεί σε ισορροπία με μοίρασμα του δικτύου στις δύο τεχνολογίες.



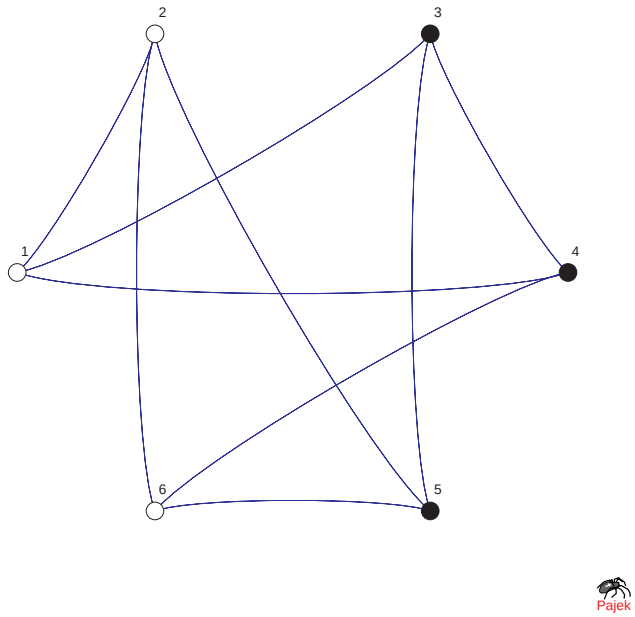
Σχήμα 26

Τι συνέβη σε αυτές τις 2 προσομοιώσεις; Ας παρακολουθήσουμε μία από αυτές. Το αρχικό διάνυσμα καταστάσεων ήταν $\overline{X}_{t_0} = \left(x_i^{t_0}\right)_{i=1,2,\ldots N} = (A, A, B, B, B, A)$, σχήμα 27. Το σχήμα 28 απεικονίζει το δίκτυο των δραστών από την στιγμή $t_4 = 4$ μέχρι το τέλος, $\overline{X}_{t_{100}} = \left(x_i^{t_{100}}\right)_{i=1,2,\ldots N} = (B, A, B, B, A, A)$. Στην αρχή του πειράματος t_0, οι δράστες 1, 2 και 6 ήταν στην κατάσταση Α και οι υπόλοιποι τρεις δράστες στην Β. Από την στιγμή $t_4 = 4$ και μέχρι το τέλος του πειράματος οι δράστες 2, 5 και 6, όταν διαλέγονταν, υιοθετούσαν μόνο την τεχνολογία Α ενώ οι δράστες 1, 3 και 4 αποκλειστικά την Β. Δηλαδή η διαδικασία είχε φτάσει σε ένα σημείο ισορροπίας την στιγμή $t_e = t_4$ χωρίς καμία τεχνολογία να έχει επικρατήσει. Αντίθετα, η κατανομή των καταστάσεων στους κόμβους του γραφήματος ήταν τέτοια ώστε $\forall\, t > t_4$ κάθε δράστης που καλούνταν να επιλέξει μια από τις δύο τεχνολογίες, υιοθετούσε με πιθανότητα 1 την τεχνολογία που είχε μέχρι εκείνη τη στιγμή χωρίς να υπάρχει περίπτωση να αλλάξει στο μέλλον τεχνολογία. Τελικά, η προσομοίωση είχε οδηγηθεί σε ισορροπία με διάνυσμα ανομοιογενών καταστάσεων στο δίκτυο, αφού το τελευταίο $\forall\, t > t_4$ παρέμενε αναλλοίωτο, $\overline{X}_t = \overline{X}_{t_e} = \left(x_i^{t_e}\right)_{i=1,2,\ldots N} = (B, A, B, B, A, A)$, όπως είναι στο σχήμα 28. Σε αυτήν την περίπτωση, οι δύο τεχνολογίες συνυπάρχουν στο δίκτυο σε ισορροπία. Στον πίνακα 6, παραθέτουμε την εξέλιξη της παραπάνω προσομοίωσης για τις πρώτες 30 επαναλήψεις.

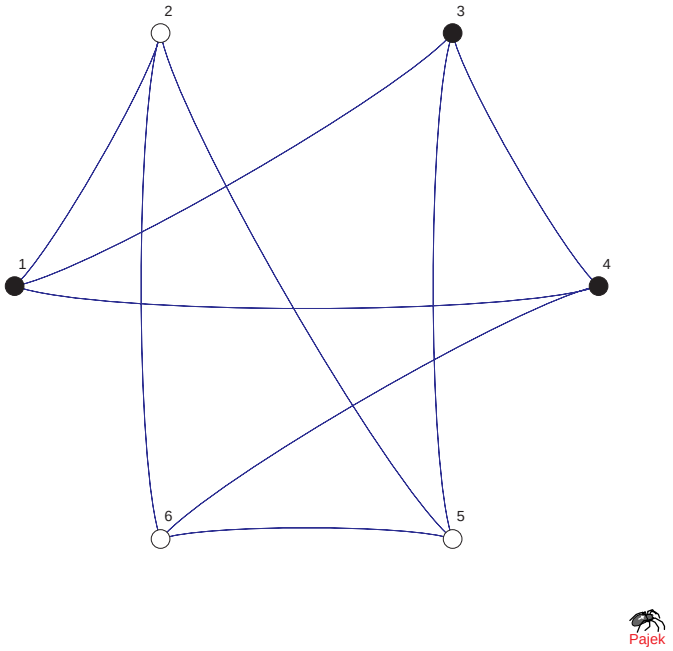
Οι δράστες που έχουν $\gamma_i > 0$ επιλέγουν την τεχνολογία Α, ενώ εκείνοι με $\gamma_i < 0$ επιλέγουν μόνο την τεχνολογία Β. Στη συγκεκριμένη περίπτωση, για κάθε δράστη του σχήματος 31, ισχύουν για την τιμή της και της συνάρτησης απόδοσης:

Δράστης	**1ος**	**2ος**	**3ος**	**4ος**	**5ος**	**6ος**
γ_i	-1	1	-1	-1	1	1
F_i	$\pm\delta$-1<0	$\pm\delta$+1>0	$\pm\delta$-1<0	$\pm\delta$-1<0	$\pm\delta$+1>0	$\pm\delta$+1>0
Κατάσταση	B	A	B	B	A	A

Οι δράστες που έχουν $\gamma_i = -1$ έχουν αρνητική τιμή στην συνάρτηση απόδοσης είτε είναι Α-φιλικοί είτε Β-φιλικοί, δηλαδή κερδίζουν περισσότερο αν υιοθετήσουν την τεχνολογία Β, και επομένως υιοθετούν πάντοτε την Β. Αντίθετα οι δράστες με $\gamma_i = 1$ υιοθετούν την τεχνολογία Α, αφού έχουν πάντοτε θετική απόδοση. Αυτό σημαίνει ότι οι δράστες δεν αλλάζουν κατάσταση και επομένως το διάνυσμα καταστάσεων $\overline{X}_t = \overline{X}_{t_e} = \left(x_i^{t_e}\right)_{i=1,2,\ldots N} = (B, A, B, B, A, A)$ παραμένει αναλλοίωτο, άρα είναι διάνυσμα ισορροπίας.



Σχήμα 27



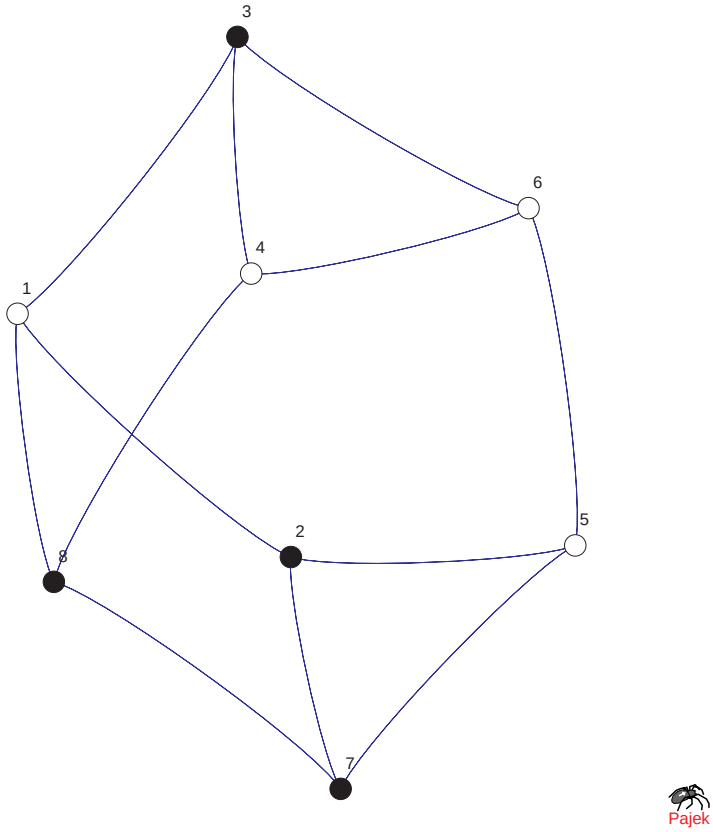
Σχήμα 28

Χρόνος	*Δράστης*	*Πριν την εκλογή*	*Προδιάθεση*	$\gamma_i^t = (n_{i,A}^t - n_{i,B}^t)$	**Εκλογή**	Διάνυσμα καταστάσεων
0	-	-				AABBBA
1	[3]	B	B-φιλικός	-1	**B**	AABBBA
2	[5]	B	B-φιλικός	1	**A**	AABBAA
3	[5]	A	A-φιλικός	1	**A**	AABBAA
4	[1]	A	A-φιλικός	-1	**B**	BABBAA
5	[6]	A	A-φιλικός	1	**A**	BABBAA
6	[1]	B	A-φιλικός	-1	**B**	BABBAA
7	[4]	B	A-φιλικός	-1	**B**	BABBAA
8	[1]	B	B-φιλικός	-1	**B**	BABBAA
9	[2]	A	B-φιλικός	1	**A**	BABBAA
10	[2]	A	A-φιλικός	1	**A**	BABBAA
11	[3]	B	A-φιλικός	-1	**B**	BABBAA
12	[6]	A	A-φιλικός	1	**A**	BABBAA
13	[1]	B	A-φιλικός	-1	**B**	BABBAA
14	[6]	A	A-φιλικός	1	**A**	BABBAA
15	[5]	A	B-φιλικός	1	**A**	BABBAA
16	[2]	A	B-φιλικός	1	**A**	BABBAA
17	[1]	B	A-φιλικός	-1	**B**	BABBAA
18	[1]	B	B-φιλικός	-1	**B**	BABBAA
19	[4]	B	A-φιλικός	-1	**B**	BABBAA
20	[5]	A	A-φιλικός	1	**A**	BABBAA

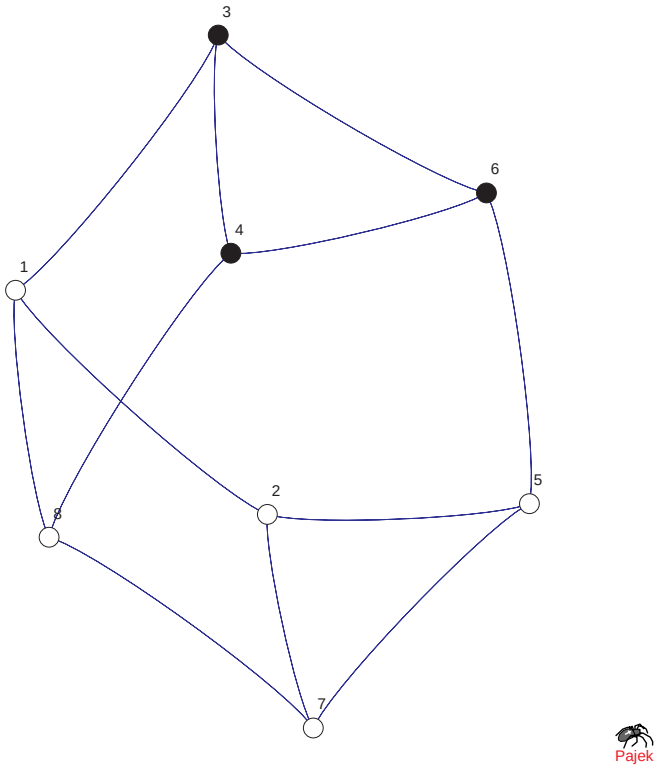
Πίνακας 6

Δοκιμάσαμε την προσομοίωση σε κανονικά δίκτυα περιττού βαθμού με μεγαλύτερο αριθμό δραστων. Για παράδειγμα, το 3-κανονικό δίκτυο με 8 δράστες. Στις δέκα προσομοιώσεις, για τις ίδιες τιμές $\delta_i^A = \delta_i^B < r$, που έγιναν μόνο οι πέντε κατέληξαν σε επικράτηση μιας από τις δύο τεχνολογίες, ενώ οι υπόλοιπες σε ανομοιογενή ισορροπία. Στα σχήματα 29 και 30 εικονίζεται το δίκτυο με τις αρχικές καταστάσεις $t = t_0$ και τις καταστάσεις ισορροπίας $t = t_e$, αντίστοιχα, σε μία από τις προσομοιώσεις που οδηγήθηκαν σε ισορροπία με ανομοιογενές διάνυσμα. Σημειώνουμε ότι οι δράστες που υιοθετούν μόνο την τεχνολογία B σχηματίζουν ένα πλήρη υπο-γράφο (σχήμα 30). Από την στιγμή ισορροπίας και μετά, οι δράστες που έχουν $\gamma_i > 0$ επιλέγουν την τεχνολογία A, ενώ εκείνοι με $\gamma_i < 0$ επιλέγουν μόνο την τεχνολογία B. Αυτό φαίνεται και στον παρακάτω πίνακα, που απεικονίζει τις τιμές της κοινωνικής συνιστώσας, της συνάρτησης απόδοσης και την κατάσταση κάθε δράστη του σχήματος 30, δηλαδή από τη στιγμή ισορροπίας και μετά.

Δράστης	**1ος**	**2ος**	**3ος**	**4ος**	**5ος**	**6ος**	**7ος**	**8ος**
γ_i	1	3	-1	-1	1	-1	3	1
F_i	$\pm\delta+1>0$	$\pm\delta+3>0$	$\pm\delta-1<0$	$\pm\delta-1<0$	$\pm\delta+1>0$	$\pm\delta-1<0$	$\pm\delta+3>0$	$\pm\delta+1>0$
Κατάσταση	A	A	B	B	A	B	A	A



Σχήμα 29



Σχήμα 30

Από τις προσομοιώσεις που έγιναν στα παραπάνω δίκτυα τόσο με 6 όσο και με 8 δράστες, φαίνεται ότι στην περίπτωση όπου έχουμε $\delta_i^A, \delta_i^B < r$ τότε υπάρχει η διαδικασία διαλογής δράστη και εκλογής τεχνολογίας καταλήγει πάντοτε σε ισορροπία είτε με διάνυσμα ομοιογενών καταστάσεων είτε με διάνυσμα ανομοιογενών καταστάσεων. Με άλλα λόγια, υπάρχει η πιθανότητα να τελειώσει το πείραμα και οι δύο τεχνολογίες να συνυπάρχουν στο δίκτυο σε ισορροπία.

Πως οδηγείται η διαδικασία σε ισορροπία με ανομοιογενές διάνυσμα καταστάσεων και όχι ομοιογενές όπως πριν; Στα κανονικά δίκτυα με d περιττό, η κοινωνική συνιστώσα γ_i της συνάρτησης απόδοσης είναι πάντα περιττή, δηλαδή $\gamma = \pm 2\kappa + 1$, $\kappa = 0,1,...$ Το γεγονός ότι έχουμε δεχτεί $\delta_i^A, \delta_i^B < r$ στην ατομική συνιστώσα παίζει πολύ σημαντικό ρόλο, γιατί σε αυτήν την περίπτωση η συνάρτηση της απόδοσης κάθε δράστη ως προς την κοινωνική συνιστώσα έχει πάντα το ίδιο πρόσημο με την διαφορά γ_i. Αυτό σημαίνει ότι για τους Α-φιλικούς δράστες με

$\gamma_i > 0$ έχουμε $F_i^A = \delta_i^A + r_A \cdot \gamma_i > 0$ ενώ αν $\gamma_i < 0$ τότε $F_i^A = \delta_i^A + r_A \cdot \gamma_i < 0$. Αντίστοιχα για τους Β-φιλικούς δράστες αν $\gamma_i > 0$ τότε $F_i^B = -\delta_i^B + r_B \cdot \gamma_i > 0$, ενώ αν $\gamma_i < 0$ τότε $F_i^B = -\delta_i^B + r_B \cdot \gamma_i < 0$.

Πρόταση

Αν $\delta_i^A = \delta_i^B < r_A = r_B$, τότε η συναρτήσεις απόδοσης $F_i^A(\gamma_i)$, $F_i^B(\gamma_i)$ έχουν το ίδιο πρόσημο με την διαφορά γ_i των καταστάσεων στην γειτονιά κάθε δράστη.

Απόδειξη

Είναι $d = 2k+1, k = 0,1,2\ldots$ και λόγω της [2] αν $\gamma > 0 \Leftrightarrow \gamma = 2k+1, k = 0,1,2\ldots$

Τότε $F_i^A(\gamma) = \delta_i^A + r_A(2k+1), k = 0,1,2\ldots$ και επομένως, $F_i^A(\gamma) > 0$.

Όμοια αν $\gamma < 0 \Leftrightarrow \gamma = -2k+1, k = 0,1,2\ldots$

Οπότε $F_i^B(\gamma) = \delta_i^B - r_B(2k+1), k = 0,1,2\ldots$ και επομένως $F_i^B(\gamma) < 0$.

Με άλλα λόγια στα κανονικά δίκτυα με *d* περιττό όπου $\frac{\delta_i^A}{r_A}, \frac{\delta_i^B}{r_B} < 1$, κάθε δράστης εκλέγει την τεχνολογία που έχει την πλειοψηφία των καταστάσεων στην γειτονιά του, ανεξάρτητα της δικής του προδιάθεσης. Καταλήγουμε στο εξής συμπέρασμα:

Αν $\delta^A, \delta^B < r$, και ισχύουν τα εξής:

- $\forall i, \gamma_i \neq 0$
- $\gamma_i > 0$ *για* $\forall i : (x_i^{t_e} = A)$
- $\gamma_i < 0$ *για* $\forall i : (x_i^{t_e} = B)$

τότε το διάνυσμα των καταστάσεων στους κόμβους ενός d-κανονικού δικτύου είναι αναλλοίωτο. Και αντιστρόφως.

Επιπλέον καταλήγουμε στο εξής συμπέρασμα:

Σε κάθε περιττού βαθμού κανονικό δίκτυο, όταν $\delta^A, \delta^B < r < d$ *, η διαδικασία που περιγράφεται από τον αλγόριθμο Ι μπορεί να καταλήξει σε ομοιογενές ή σε ανομοιογενές διάνυσμα καταστάσεων.*

Ανακεφαλαιώνοντας, είδαμε ότι στον ανταγωνισμό δύο τεχνολογιών σε ένα κανονικό δίκτυο δραστών, όπως περιγράφεται από τον αλγόριθμο Ι:

1. Αν όλοι οι κόμβοι του γραφήματος έχουν τον ίδιο άρτιο βαθμό τότε:
   a. Αν $\frac{\delta^A}{r}, \frac{\delta^B}{r} < d$, τότε η διαδικασία καταλήγει πάντοτε σε ομοιογενές διάνυσμα καταστάσεων (επικράτηση μιας από τις δύο τεχνολογίες).
   b. Αν $\delta^A, \delta^B = 0$, η διαδικασία οδηγείται σε ισορροπία με ομοιογενές ή ανομοιογενές διάνυσμα (επικράτηση ή συνύπαρξη).
   c. Αν $\frac{\delta^A}{r}, \frac{\delta^B}{r} > d$, η διαδικασία οδηγείται με πιθανότητα 1 σε ανισορροπία.
2. Αν όλοι οι κόμβοι του γραφήματος έχουν τον ίδιο περιττό βαθμό τότε:
   a. Αν $r < \delta^A, \delta^B < d$, η διαδικασία καταλήγει πάντοτε σε επικράτηση μιας από τις δύο τεχνολογίες.
   b. Αν $\delta^A, \delta^B < r < d$, η διαδικασία οδηγείται σε ισορροπία με ομοιογενές ή ανομοιογενές διάνυσμα (επικράτηση ή συνύπαρξη).
   c. Αν $\delta^A, \delta^B > d$, η διαδικασία οδηγείται με πιθανότητα 1 σε ανισορροπία

ΙΙ. Μη Κανονικά Γραφήματα

Σε αυτήν την ενότητα θα παρουσιάσουμε προσομοιώσεις με τον αλγόριθμο Ι σε μη-κανονικούς γράφους, όπου οι κόμβοι δεν έχουν τον ίδιο βαθμό. Θα δώσουμε παραδείγματα δικτύων στα οποία οι προσομοιώσεις, όταν καταλήγουν σε ισορροπία, φτάνουν σε ομοιογενές διάνυσμα καταστάσεων αλλά και παραδείγματα δικτύων στα οποία το διάνυσμα καταστάσεων ισορροπίας μπορεί να είναι είτε ομοιογενές είτε ανομοιογενές.

1. Κοινωνικά δίκτυα όπου η διαδικασία οδηγείται σε ομοιογενή ισορροπία

Θεωρούμε το δίκτυο 10 δραστών του σχήματος 31. Ο μικρότερος βαθμός κόμβου αυτού του γραφήματος είναι: min$d$=1, για τους κόμβους 1, 2 και 3 και ο μεγαλύτερος βαθμός είναι: max$d$=4, για τους κόμβους 8 και 9. Διακρίνουμε τις εξής περιπτώσεις για τις τιμές της ατομικής συνιστώσας της συνάρτησης απόδοσης:

1. $\frac{\delta_i^A}{r} = \frac{\delta_i^B}{r} < \min d$

2. $\frac{\delta_i^A}{r_A}, \frac{\delta_i^B}{r_B} > \min d$

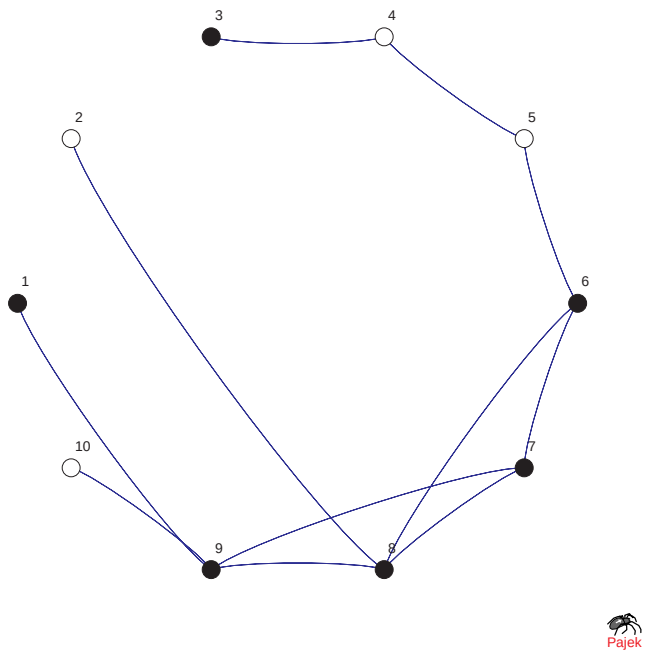
Παρακάτω θα δείξουμε ότι, στην πρώτη περίπτωση, η διαδικασία οδηγείται πάντοτε σε ισορροπία με ομοιογενές διάνυσμα καταστάσεων, ενώ στην δεύτερη προκύπτει πάντοτε ανισορροπία.

Περίπτωση: $\frac{\delta_i^A}{r} = \frac{\delta_i^B}{r} < \min d$

Εκτελέσαμε τον αλγόριθμο Ι στο δίκτυο του σχ. 31 με τις εξής τιμές παραμέτρων:

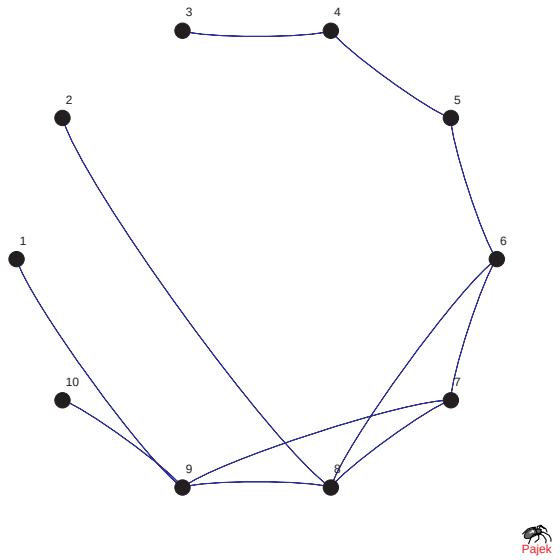
$$\delta_i^A = a_A - b_A = 0.6, \delta_i^B = b_B - a_B = 0.6$$

$$r_A = r_B = 1, \lambda = 0, \ MaxTime = 100 \qquad [10]$$



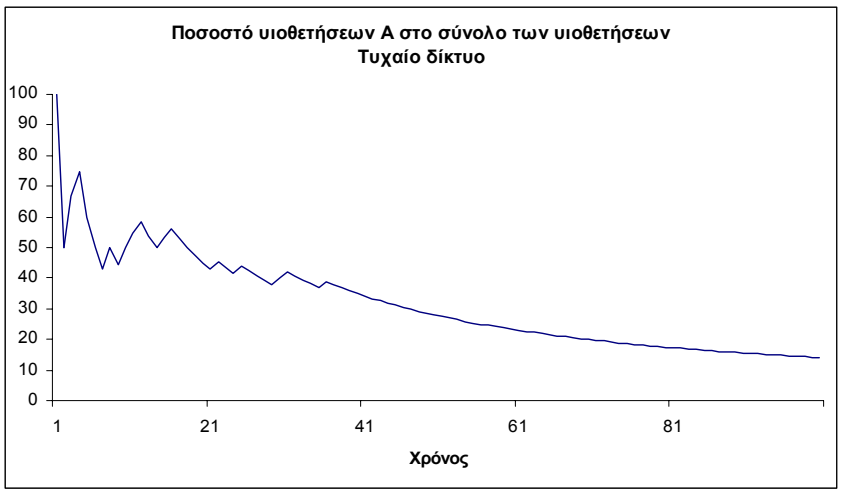
Σχήμα 31

Τότε, όλοι οι δράστες κατά την χρονική στιγμή $t = t_{MAX} = 100$ είχαν υιοθετήσει την τεχνολογία Β, όπως φαίνεται στο σχήμα 32, όπου όλοι οι κόμβοι του γραφήματος είναι χρωματισμένοι με μαύρο χρώμα. Στην πραγματικότητα, η προσομοίωση είχε φτάσει σε ομοιογενές διάνυσμα καταστάσεων, και άρα καθολική επικράτηση της τεχνολογίας Β, πολύ νωρίτερα, αφού από την χρονική στιγμή $t = 42$ όλοι οι δράστες είχαν υιοθετήσει την τεχνολογία Β.



Σχήμα 32

Στο σχήμα 33, απεικονίζεται το ποσοστό των υιοθετήσεων της Α στις συνολικές υιοθετήσεις των τεχνολογιών από τους δράστες του δικτύου, για κάθε χρονική στιγμή t=1...100. Παρατηρεί κανείς ότι εμφανίζονται ταλαντώσεις κατά τις πρώτες 30 χρονικές στιγμές, οπότε οι δράστες δείχνουν να υιοθετούν είτε την Α είτε την Β, χωρίς κάποια από τις δύο τεχνολογίες να αποκτά ικανό προβάδισμα. Ωστόσο από την χρονική στιγμή t=30 και ύστερα οι υιοθετήσεις της τεχνολογίας Β αυξάνουν σημαντικά και δείχνουν να επικρατούν. Επομένως, η γραφική παράσταση τείνει στο μηδέν. Πράγματι, η τελευταία υιοθέτηση της τεχνολογίας Α έγινε την 36η χρονική στιγμή από δράστη που ήταν σταθερά προσκολλημένος στην τεχνολογία αυτή από την χρονική στιγμή μηδέν. Έκτοτε όλοι οι δράστες υιοθετούσαν την τεχνολογία Β. Στο παράρτημα δίνουμε όλη την εξέλιξη των υιοθετήσεων.



Σχήμα 33

Επαναλάβαμε το πείραμα 10 φορές. Οι παράμετροι παρέμειναν οι ίδιες [10] όπως και στο προηγούμενο παράδειγμα. Το μόνο που άλλαζε ήταν το αρχικό διάνυσμα καταστάσεων στους δράστες σε κάθε προσομοίωση κατά την χρονική στιγμή $t_0 = 0$. Το αποτέλεσμα κάθε προσομοίωσης ήταν ότι από κάποιο χρονικό σημείο και μετά όλοι οι δράστες στη σειρά διαλογής υιοθετούσαν την ίδια τεχνολογία που με αποτέλεσμα να υπερισχύουν καθολικά οι υιοθετήσεις είτε της Α τεχνολογίας είτε της Β. Δηλαδή σε κάθε μία περίπτωση ήταν ομοιογενής ισορροπία. Επίσης, ίδια ήταν τα αποτελέσματα στην περίπτωση που διατηρούσαμε την ίδια αρχική κατανομή καταστάσεων στους δράστες σε κάθε πείραμα. Η διαδικασία έφτανε σε ισορροπία με ομοιογενές διάνυσμα καταστάσεων, δηλαδή όλοι οι δράστες είχαν υιοθετήσει είτε την Α είτε την Β.

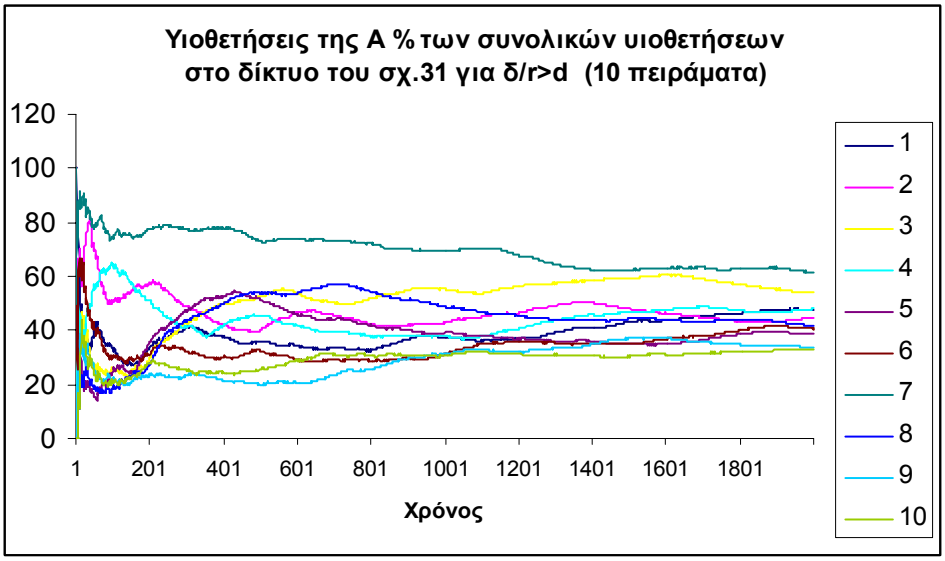
Περίπτωση: $\delta_i^A = \delta_i^B > \min d$

Θέσαμε στην ατομική συνιστώσα της συνάρτησης απόδοσης τιμή μεγαλύτερη του μικρότερου βαθμού κόμβου του γραφήματος $\delta_i^A = \delta_i^B = 1.1 > \min d$ και r_A=r_B=1. Εκτελέσαμε 10 προσομοιώσεις στο ίδιο δίκτυο του σχ. 31 (κάθε μία με διαφορετικό αρχικό διάνυσμα καταστάσεων) για χρόνο T_{max}=2000. Σε κανένα από τα πειράματα δεν είχαμε επικράτηση μιας τεχνολογίας, όπως φαίνεται από το σχήμα 34. Αντίθετα, σε κάθε πείραμα οι υιοθετήσεις της Α και της Β τεχνολογίας εμφάνιζαν διακυμάνσεις και το δίκτυο δεν κατέληξε ποτέ σε ισορροπία.

Γιατί συνέβη αυτό; Λόγω της τιμής της κοινωνικής συνιστώσας που χρησιμοποιήσαμε και του συγκεκριμένου δικτύου όπου μικρότερος βαθμός κόμβου ήταν min$d$=1. Πράγματι, θεωρήσαμε $\delta_i^A = \delta_i^B > r \geq \min d$, ενώ στα προηγούμενα πειράματα είχαμε θέσει $\delta_i^A = \delta_i^B < r < d$. Οπότε, για εκείνους τους δράστες του δικτύου του σχ. 31 που έχουν βαθμό d=1 έχουμε:

- $\delta_i^A > r \cdot \gamma$, αν είναι Α-φιλικοί, επομένως $F_i^A = \delta_i^A + r \cdot \gamma > 0$ με πιθανότητα 1
- $-\delta_i^B < r \cdot \gamma$, αν είναι Β-φιλικοί, επομένως $F_i^B = \delta_i^B + r \cdot \gamma < 0$ με πιθανότητα 1

Για το συγκεκριμένο δίκτυο, αυτό σημαίνει ότι κάθε φορά που διαλέγονται οι δράστες 1, 2 και 3, που συνδέονται μόνο με έναν ακόμη δράστη, υιοθετούν με πιθανότητα 50% την τεχνολογία Α ή την τεχνολογία Β, ανεξάρτητα των καταστάσεων που υπάρχουν στην γειτονιά τους. Κατά συνέπεια, το δίκτυο οδηγείται σε ανισορροπία αφού υπάρχουν τουλάχιστον 3 κόμβοι που δεν είναι δυνατόν να σταθεροποιηθούν ποτέ σε μια από τις δύο τεχνολογίες.



Σχήμα 34

2. Κοινωνικά δίκτυα όπου η διαδικασία οδηγείται σε ανομοιογενή ισορροπία

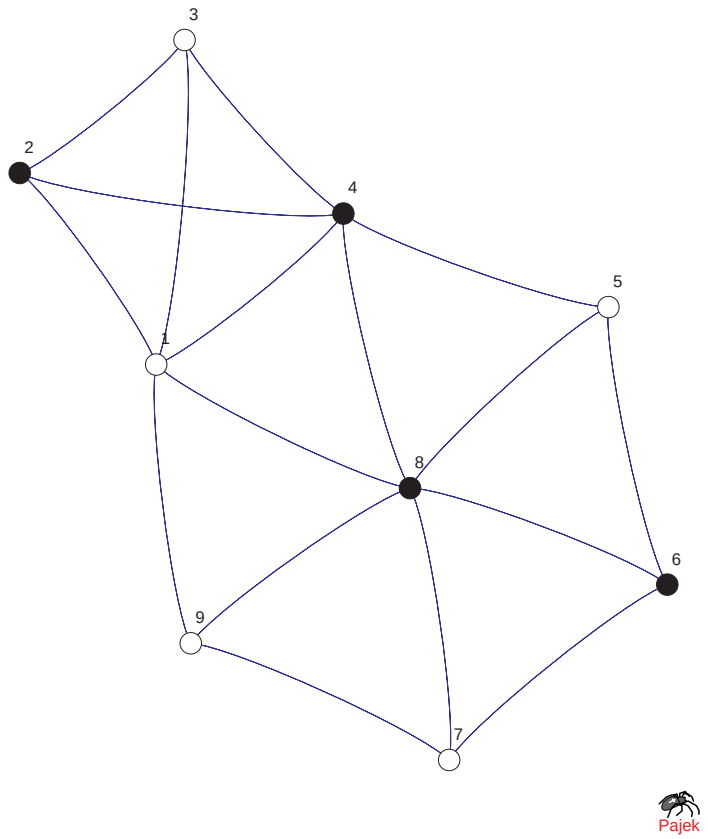
Από τις προσομοιώσεις που παρουσιάσαμε στο προηγούμενο μη-κανονικό δίκτυο φαίνεται ότι, αν $\frac{\delta_i^A}{r} = \frac{\delta_i^B}{r} < \min d$ τότε η διαδικασία οδηγείται είτε σε ισορροπία με ομοιογενές διάνυσμα ενώ σε αντίθετη περίπτωση σε ανισορροπία. Συμβαίνει το ίδιο σε όλα τα μη κανονικά δίκτυα; Η απάντηση είναι όχι. Στις επόμενες παραγράφους παρουσιάζουμε την περίπτωση δικτύων στα οποία η διαδικασία μπορεί να οδηγηθεί και σε ανομοιογενές διάνυσμα καταστάσεων για $\frac{\delta_i^A}{r} = \frac{\delta_i^B}{r} < \min d$.

Θεωρούμε το δίκτυο των 9 δραστών του σχήματος 35, το οποίο απαρτίζεται από μία 1-κλίκα (δράστες 1, 2, 3, 4) και μία 2-κλίκα (δράστες 1, 4, 5, 6, 7, ,8, 9). Οι βαθμοί των κόμβων είναι 3, 5 και 6. Στο δίκτυο αυτό η διαδικασία που περιγράφεται από τον αλγόριθμο Ι εμφανίζει τα εξής αποτελέσματα:

- Αν $\frac{\delta_i^A}{r} = \frac{\delta_i^B}{r} \le 1 \le \min d$, τότε ισορροπία με ομοιογενές ή ανομοιογενές διάνυσμα καταστάσεων
- Αν $1 < \frac{\delta_i^A}{r} = \frac{\delta_i^B}{r} \le \min d$, τότε ισορροπία με ομοιογενές διάνυσμα καταστάσεων
- Αν $\frac{\delta_i^A}{r} = \frac{\delta_i^B}{r} > \min d$, τότε η διαδικασία οδηγείται σε ανισορροπία.

Περίπτωση $\frac{\delta_i^A}{r} = \frac{\delta_i^B}{r} \le 1 \le \min d$

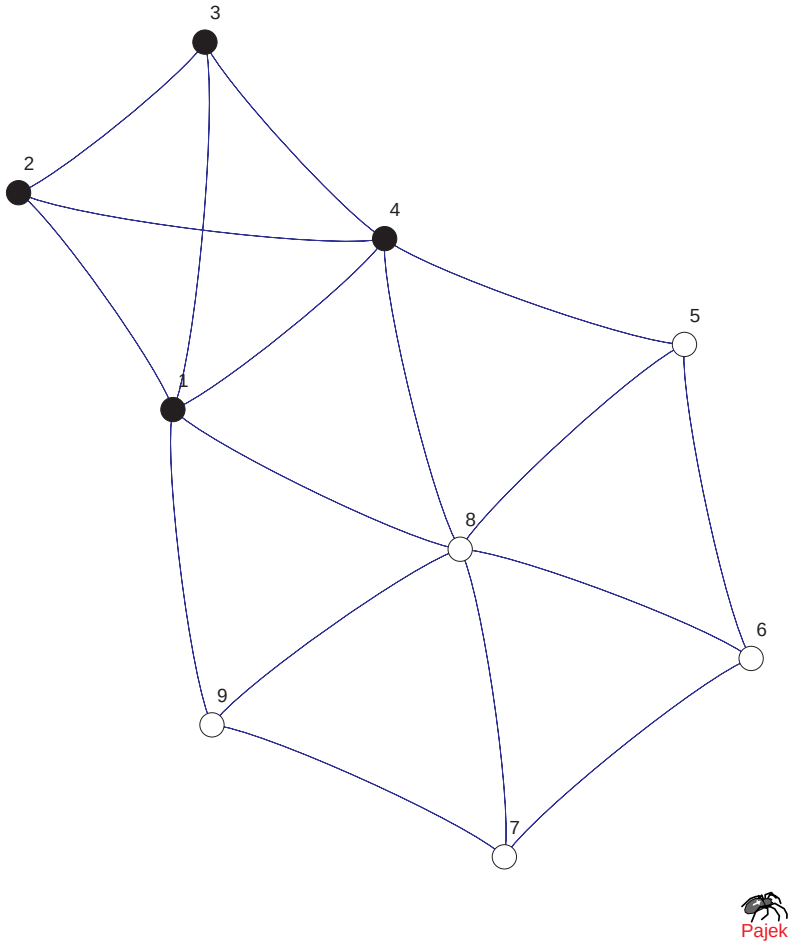
Θεωρούμε τις εξής τιμές παραμέτρων: $\delta_i^A = \delta_i^B = 0.5$ και $r = 1$. Εκτελέσαμε δέκα προσομοιώσεις για χρόνο T_{max}=500 με τυχαίο αρχικό διάνυσμα καταστάσεων. Στα 7 από τα 10 πειράματα η διαδικασία οδηγήθηκε σε ομοιογενές διάνυσμα καταστάσεων στους δράστες, δηλαδή επικράτησε μία από τις δύο τεχνολογίες. Στα υπόλοιπα, η διαδικασία οδηγήθηκε σε ισορροπία με ανομοιογενές διάνυσμα καταστάσεων.



Σχήμα 35

Στο σχήμα 36 φαίνεται η γραφική παράσταση του ποσοστού των υιοθετήσεων της Α σε ένα από τα πειράματα που οδηγήθηκε σε ανομοιογενή ισορροπία. Στο σχήμα 37 εμφανίζεται το δίκτυο από την στιγμή της ισορροπίας και μετά.

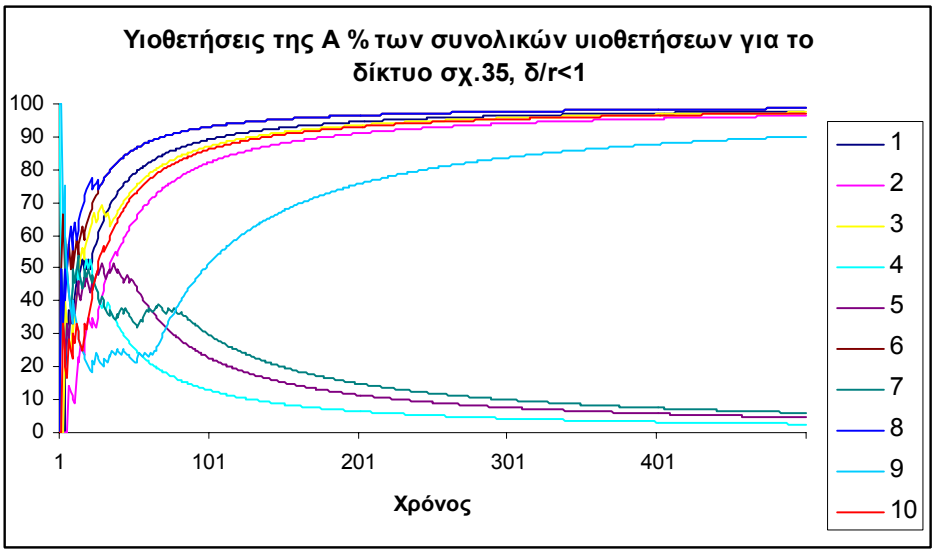
Σχήμα 36



Σχήμα 37

Περίπτωση $1 < \frac{\delta_i^A}{r} = \frac{\delta_i^B}{r} \leq \min d$

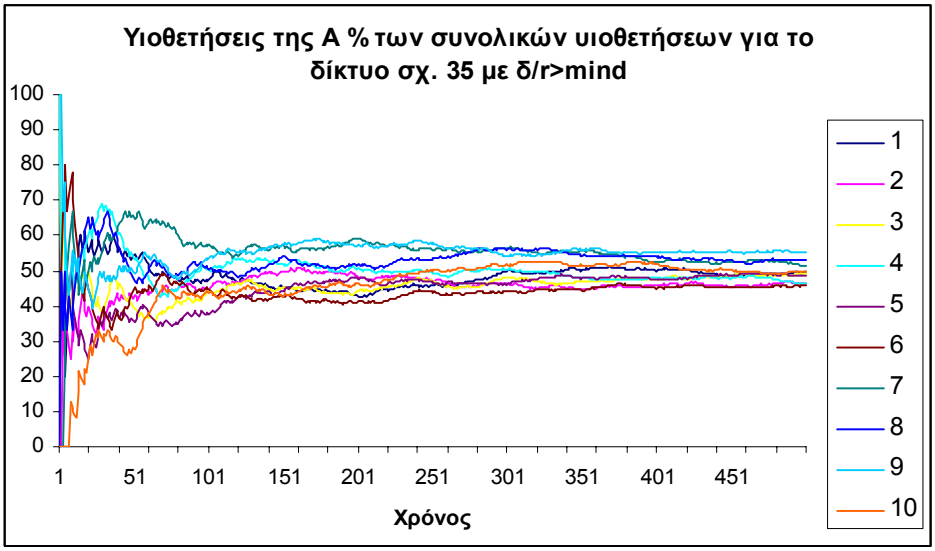
Αλλάζουμε τις τιμές παραμέτρων σε: $\delta_i^A = \delta_i^B = 1.5$ και $r = 1$. Εκτελέσαμε δέκα προσομοιώσεις για χρόνο T_{max}=500 με τυχαίο αρχικό διάνυσμα καταστάσεων. Όλες οι προσομοιώσεις οδηγήθηκαν σε ομοιογενές διάνυσμα καταστάσεων, όπως φαίνεται στο σχήμα 38.



Σχήμα 38

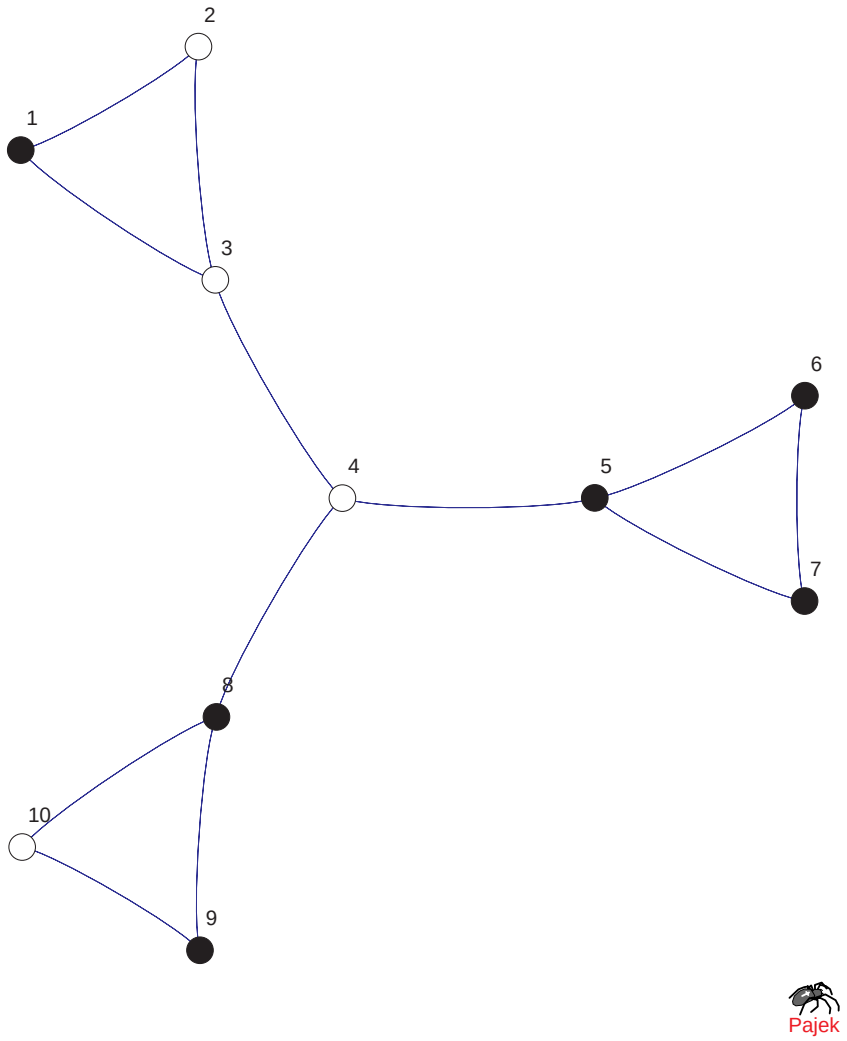
Περίπτωση $\frac{\delta_i^A}{r} = \frac{\delta_i^B}{r} > \min d$

Θέσαμε τις εξής τιμές στις παραμέτρους: $\delta_i^A = \delta_i^B = 3.5$ και $r = 1$. Τότε όλες οι προσομοιώσεις που εκτελέσαμε οδηγήθηκαν σε ανισορροπία. Το σχήμα 39 δείχνει ότι καμμία από τις δύο τεχνολογίες δεν αποκτούσε μεγάλο προβάδισμα ως προς τις υιοθετήσεις καθ' όλη τη διάρκεια κάθε πειράματος. Επιπλέον, το διάνυσμα των καταστάσεων δεν σταθεροποιήθηκε σε καμμία περίπτωση.



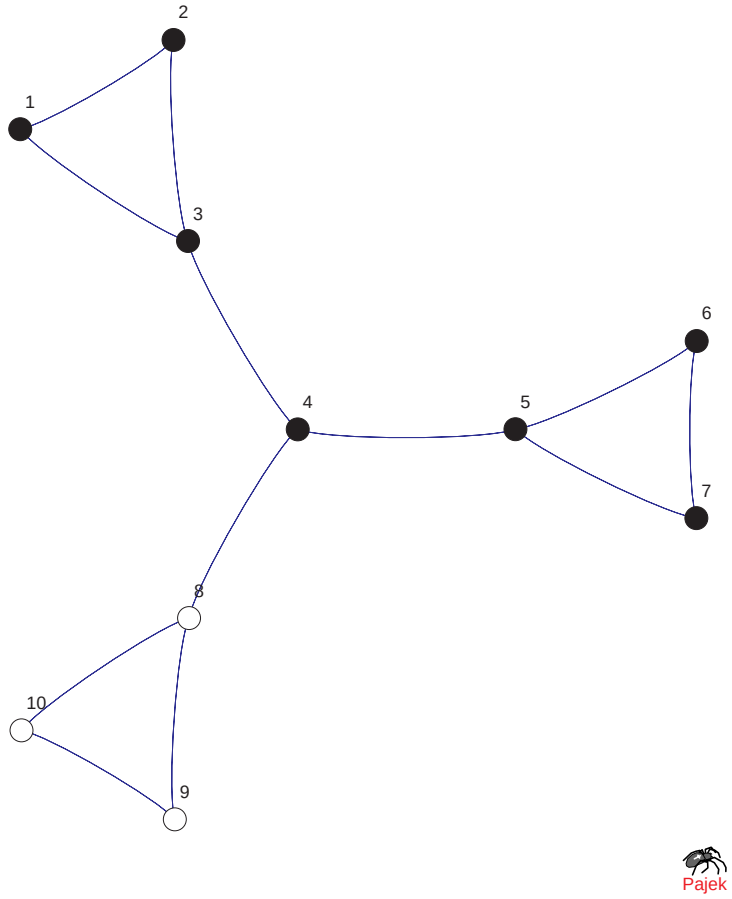
Σχήμα 39

Στο σχήμα 40 απεικονίζεται ένα δίκτυο που αποτελείται από τρεις κλίκες τριών δραστών που όλες συνδέονται με ένα «κεντρικό» δράστη τον 4.

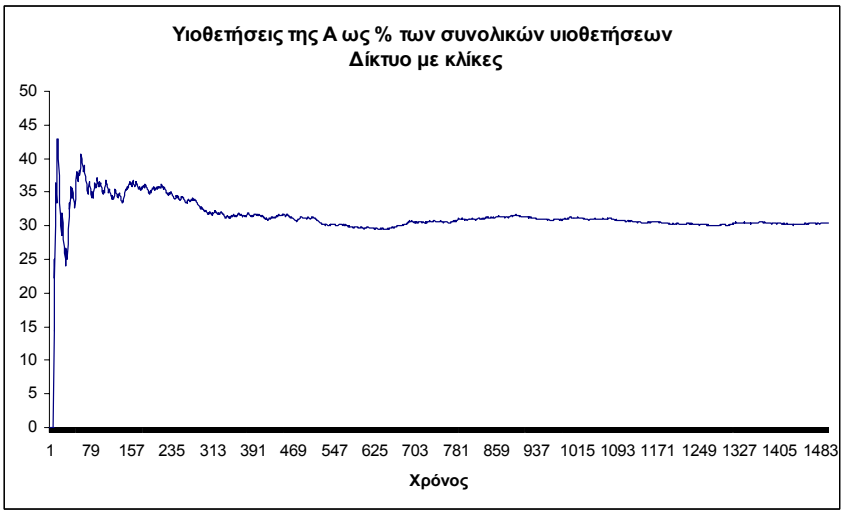


Σχήμα 40

Η προσομοίωση για το δίκτυο αυτό με $\delta_i^A = \delta_i^B = 0$ και $r = 1$ οδήγησε το δίκτυο στην κατάσταση ισορροπίας του σχήματος 41. Το σχήμα 42 απεικονίζει το ποσοστό των υιοθετήσεων της Α τεχνολογίας επί του συνόλου των υιοθετήσεων. Παρατηρεί κανείς ότι μετά από κάποιες διακυμάνσεις σταθεροποιείται σε μια τιμή γύρω στο 30%, που σημαίνει ότι η τεχνολογία Α διατηρεί το μερίδιο αυτό ως το τέλος του πειράματος. Το ποσοστό αυτό είναι συνεπές με το γεγονός ότι 3 στους δέκα δράστες έχουν υιοθετήσει την τεχνολογία Α.



Σχήμα 41



Σχήμα 42

Συνολικά, σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάσαμε παραδείγματα στα οποία φαίνεται ότι ο ανταγωνισμός μεταξύ δύο τεχνολογιών, που εμφανίζουν αυξανόμενες αποδόσεις, για την επικράτηση σε ένα δίκτυο δραστών είναι μια διαδικασία που, κάτω από ορισμένες συνθήκες όσον αφορά τις παραμέτρους, εμφανίζει ακριβώς τις ίδιες ιδιότητες όπως και στην περίπτωση του πλήρους δικτύου που θεωρεί ο Arthur στο μοντέλο του. Οι συνθήκες αυτές είναι $\delta_i^A, \delta_i^B \neq 0$ για κανονικά δίκτυα και $1 < \frac{\delta_i^A}{r}, \frac{\delta_i^B}{r} < \min d$ για μη-κανονικά. Σε αυτές τις περιπτώσεις, η διαδικασία είναι μη-προβλέψιμη, μη-ευέλικτη, μη-επαρκής και μη-εργοδική. Στα πειράματα που κάναμε δεν ήταν δυνατό να προβλέψουμε από την αρχή την τελική έκβαση κάθε πειράματος, δηλαδή δεν μπορούσαμε εκ των προτέρων να αποφανθούμε με βεβαιότητα αν θα επικρατούσε η μια ή άλλη τεχνολογία. Επιπλέον, από την στιγμή που επικράτησε σε ένα πείραμα μια τεχνολογία σε όλο το δίκτυο δεν ήταν δυνατό να 'επανακάμψει' η άλλη τεχνολογία. Έτσι η διαδικασία δεν είναι ευέλικτη. Επίσης, σε καμία περίπτωση δεν υπήρχε δυνατότητα να πει κανείς με σιγουριά αν η τεχνολογία που τελικά επικράτησε σε όλο το δίκτυο ήταν η καλύτερη δυνατή για όλους τους δράστες. Για παράδειγμα, αν σε ένα πείραμα επικράτησε στο τέλος η τεχνολογία Α, οι δράστες που στην αρχή του πειράματος είχαν επιλέξει την τεχνολογία Β θα είχαν μεγαλύτερες αποδόσεις αν είχε τελικά επικρατήσει η τεχνολογία Β. Οπότε, η διαδικασία δεν ήταν επαρκής. Τέλος, η διαδικασία ήταν μη-εργοδική, δηλαδή το μονοπάτι των τυχαίων γεγονότων είχε πολύ σημαντικό ρόλο αφού αν επαναλαμβάναμε ένα πείραμα δύο φορές με την ίδια αρχική κατανομή υιοθετήσεων στους δράστες δεν ήταν σίγουρο ότι θα υπερίσχυε η ίδια τεχνολογία και στις δύο επαναλήψεις. Ωστόσο, όταν $\delta_i^A, \delta_i^B = 0$ για κανονικά δίκτυα ή $\frac{\delta_i^A}{r}, \frac{\delta_i^B}{r} < 1 < \min d$ για κάποια μη-κανονικά, τότε οι προσομοιώσεις κατέληγαν με κάποια πιθανότητα και σε διανύσματα ανομοιογενών καταστάσεων.

C. ΣΤΑΘΕΡΕΣ ΠΡΟΔΙΑΘΕΣΕΙΣ

Σε αυτό το κεφάλαιο εργαζόμαστε με προσομοιώσεις που αφορούν στην δεύτερη εκδοχή του μοντέλου (αλγόριθμος ΙΙ). Θυμίζουμε πώς σε αυτήν την εκδοχή κάθε δράστης έχει σταθερή προδιάθεση προς κάποια από τις δύο τεχνολογίες από την χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι το τέλος. Για παράδειγμα, ο δράστης 1 είναι Α-φιλικός ενώ ο δράστης 2 είναι Β-φιλικός κοκ. Η κατανομή των προτιμήσεων των δραστών γίνεται την χρονική στιγμή $t_0 = 0$ με τυχαίο τρόπο. Περιληπτικά, σε κάθε χρονική στιγμή επιλέγουμε έναν δράστη από το κοινωνικό δίκτυο. Κατόπιν, ανάλογα με την προδιάθεση του δράστη, δηλαδή αν είναι Α-φιλικός ή Β-φιλικός, υπολογίζουμε την αντίστοιχη συνάρτηση απόδοσης και θεωρούμε ότι εκείνος τελικά επιλέγει την τεχνολογία Α ή την τεχνολογία Β αν η συνάρτηση απόδοσης είναι θετική ή αρνητική, αντίστοιχα. Όπως και πριν, κατά την χρονική στιγμή έναρξης του πειράματος $t_0 = 0$, το αρχικό διάνυσμα καταστάσεων $\overline{X}_{t_0}$ μπορεί να είναι είτε μηδενικό δηλαδή:

$$x_i^{t_0} = 0, \forall i \in \{1...N\}$$

είτε να έχουμε απονείμει τυχαία μία τεχνολογία σε κάθε δράστη δηλαδή:

$$x_i^{t_0} = \begin{cases} A, p \geq 0.5 \\ B, p < 0.5 \end{cases}, \forall i \in \{1...N\}$$

όπου $p \in (0,1)$ τυχαίος αριθμός από μια ομοιόμορφη κατανομή. Το πείραμα θεωρείται ότι τελειώνει όταν ο χρόνος *t* ξεπεράσει κάποια τιμή t_{MAX}=*MaxTime*. Το υπολογιστικό μοντέλο που περιγράψαμε εκτελείται από τον εξής αλγόριθμο ΙΙ:

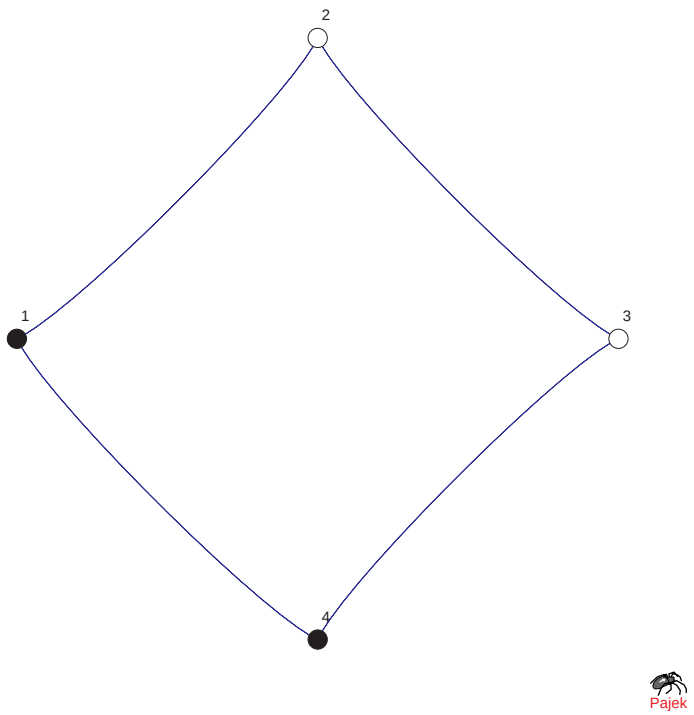
Όπως είπαμε στο πρώτο κεφάλαιο, το μοντέλο προβλέπει την ύπαρξη βαρών στους δεσμούς μεταξύ των δραστών. Σε όλα τα πειράματα του δεύτερου κεφαλαίου τα πρόσημα ήταν θετικά. Στην δεύτερη ενότητα του παρόντος κεφαλαίου θα παρουσιάσουμε προσομοιώσεις στις οποίες οι δεσμοί μπορεί να έχουν και αρνητικά πρόσημα.

I. Δράστες με Σταθερές Προδιαθέσεις

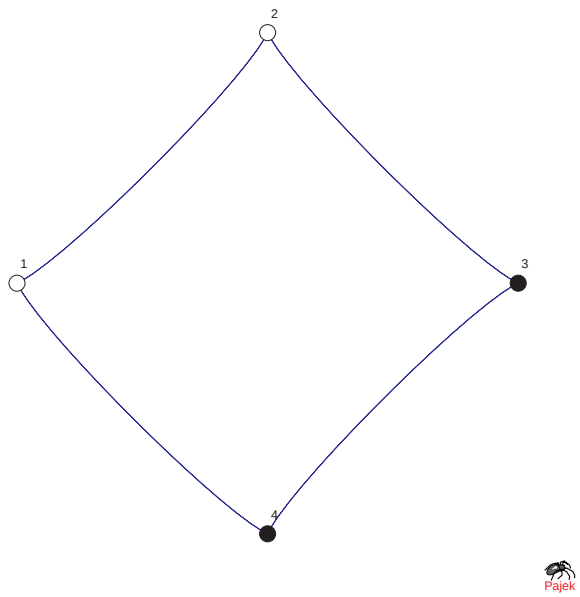
1. Κανονικά δίκτυα

Σε αυτήν την ενότητα θα δούμε τα αποτελέσματα προσομοιώσεων με τον αλγόριθμο II για κανονικά δίκτυα δραστών. Σε όλες τις προσομοιώσεις, θεωρούμε $r_A = r_B = 1$.

Έστω το δίκτυο 4 δραστών του σχ. 43. Οι δράστες 1 και 2 είναι Α-φιλικοί $\delta_i^A = 1$ ενώ οι 3 και 4 είναι Β-φιλικοί με $\delta_i^B = 1$. Εκτελέσαμε σε αυτό το δίκτυο 100 προσομοιώσεις του μοντέλου με $t_{MAX} = 1000$ σε κάθε μια. Σε κάθε προσομοίωση το αρχικό διάνυσμα ήταν τυχαίο. Οι 52 από τις 100 προσομοιώσεις που έγιναν οδηγήθηκαν σε ισορροπία με ομοιογενή διανύσματα καταστάσεων ($x_i^{t_e} = A, \forall i$ ή $x_i^{t_e} = B, \forall i$) ενώ οι υπόλοιπες 48 σε ισορροπία με ανομοιογενή διανύσματα (A, A, B, B). Μία από αυτές τις περιπτώσεις ανομοιογενούς ισορροπίας εικονίζεται στο δίκτυο του σχ. 44.



Σχήμα 43



Σχήμα 44

Γιατί προέκυψε ανομοιογενές διάνυσμα σε αυτόν τον κύκλο των 4 δραστών; Στον πίνακα 7 ακολουθούμε την εξέλιξη της διαδικασίας *διαλογής δράστη και εκλογής τεχνολογίας* σε κάθε χρονική στιγμή.

Πίνακας 7

Χρόνος	*Δράστης*	*Πριν την υιοθέτηση*	*Προδιάθεση*	$\gamma_i^t = (n_{i,A}^t - n_{i,B}^t)$	***Εκλογή***	*Διάνυσμα κατάστασεων*
0	-	-				BAAB
1	[4]	B	B-φιλικός	0	B	BAAB
2	[2]	A	A-φιλικός	0	A	BAAB
3	[4]	B	B-φιλικός	0	B	BAAB
4	[1]	B	A-φιλικός	0	A	AAAB
5	[1]	A	A-φιλικός	0	A	AAAB
6	[2]	A	A-φιλικός	2	A	AAAB
7	[3]	A	B-φιλικός	0	B	AABB
8	[2]	A	A-φιλικός	0	A	AABB
9	[3]	B	B-φιλικός	0	B	AABB
10	[3]	B	B-φιλικός	0	B	AABB
11	[4]	B	B-φιλικός	0	B	AABB
12	[3]	B	B-φιλικός	0	B	AABB
13	[1]	A	A-φιλικός	0	A	AABB

Από την στιγμή της ισορροπίας $t_7 = 7$ και μετά στην γειτονιά κάθε δράστη ίσχυε $\gamma_i^t = 0$, αφού καθένας συνδεόταν με ένα δράστη με κατάσταση Α και με ένα δράστη με κατάσταση Β. Οπότε η εκλογή τεχνολογίας κάθε δράστη από την στιγμή ισορροπίας και μετά γινόταν αποκλειστικά βάσει της προδιάθεσης του, δηλαδή οι Α-φιλικοί υιοθετούσαν την Α και οι Β-φιλικοί την Β. Το ίδιο αποτέλεσμα, δηλαδή ομοιογενή και ανομοιογενή διανύσματα ισορροπίας, αναμέναμε να δούμε για κάθε $0 < \delta_i^A, \delta_i^B < d$. Πράγματι, πειραματιστήκαμε με τις τιμές 0, 0.1, 1 και 2.1 και τα αποτελέσματα φαίνονται στον επόμενο πίνακα 8.

Πίνακας 8

Δίκτυο	*Συχνότητα διανύσματος* $x_i^{t_\varepsilon} = A, \forall i$	*Συχνότητα διανύσματος* $x_i^{t_\varepsilon} = B, \forall i$	*Συχνότητα ανομοιογενών διανυσμάτων*	*Σύνολο πειραμάτων*
0	0	0	100	**100**
0.1	48	15	37	**100**
1	30	22	48	**100**
2.1	36	46	1	**100**

Προφανώς η περίπτωση $\delta_i^A, \delta_i^B = 0$ είναι η ίδια που ελέγξαμε και στο κεφάλαιο ΙΙ με τον αλγόριθμο Ι. Θυμίζουμε ότι σε αυτήν την περίπτωση οι δράστες καλούνται να εκλέξουν αποκλειστικά βάσει του γ_i^t. Γι' αυτό όταν ένας δράστης έχει διαφορά καταστάσεων $\gamma_i^t = 0$ στην γειτονιά του τότε δεν εκλέγει καμία νέα τεχνολογία (παραμένει στην κατάσταση που ήταν πριν). Με τον ίδιο τρόπο προκύπτουν τα ανομοιογενή διανύσματα ισορροπίας όταν $\delta_i^A, \delta_i^B = 0$ στο παραπάνω δίκτυο. Ωστόσο, οι προσομοιώσεις με $\delta_i^A, \delta_i^B \neq 0$ σε ισοπίθανες προδιαθέσεις (αλγόριθμος Ι) θα δίνει πάντοτε ομοιογενές διάνυσμα.

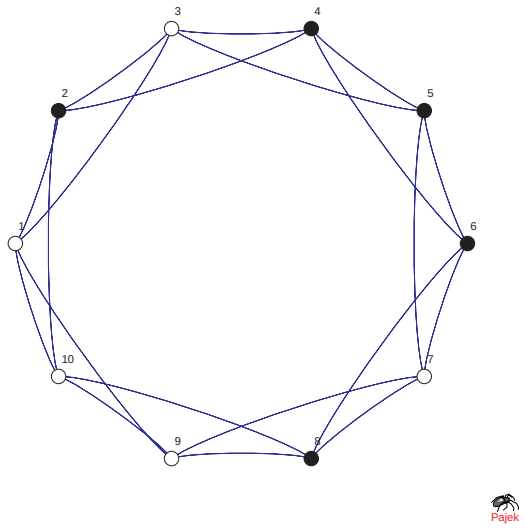
Συγκρίναμε τα παραπάνω αποτελέσματα με ένα πλήρες δίκτυο 4 δραστών, όπου οι δράστες 1, 2 είναι Α-φιλικοί ($\delta_i^A = 1$) και οι υπόλοιποι είναι Β-φιλικοί ($\delta_i^B = 1$). Έγιναν 100 προσομοιώσεις και όλες έδωσαν ομοιογενή ισορροπία. Συγκεκριμένα, σε 52 πειράματα το διάνυσμα ισορροπίας ήταν το (A, A, A, A), ενώ στα υπόλοιπα 48 το διάνυσμα ήταν το (B, B, B, B).

Ενδιαφέρον παρουσιάζει η περίπτωση όπου όλοι οι δράστες έχουν την ίδια προδιάθεση. Για παράδειγμα, ποια θα ήταν η έκβαση της διαδικασίας εκλογής τεχνολογίας στο δίκτυο των 4 δραστών του σχ. 43, αν όλοι οι δράστες ήταν Β-φιλικοί με $\delta_i^B = 1$; Εκτελέσαμε 100 προσομοιώσεις με τα εξής αρχικά διανύσματα καταστάσεων $\overline{X}_{t_o}$: (A,A,A,A), (A,A,B,B), (A,B,A,B), (A,A,A,B) και $(0,0,0,0)$. Το διάνυσμα καταστάσεων $(0,0,0,0)$ δηλώνει ότι οι δράστες δεν είχαν καταστάσεις στην αρχή του πειράματος. Τα αποτελέσματα δίνονται στον πίνακα 9. Διαπιστώνουμε ότι οι κοινές προδιαθέσεις των δραστών αύξαναν την συχνότητα εμφάνισης καθολικής αποδοχής της τεχνολογίας Β, εκτός από την περίπτωση που $\overline{X}_{t_o} = (A,A,A,A)$ στην οποία είχαμε επιβάλει την επικράτηση της τεχνολογίας Α από την αρχή του πειράματος.

Πίνακας 9

Αρχικά διανύσματα	*Συχνότητα διανύσματος* $x_i^{t_\varepsilon} = A, \forall i$	*Συχνότητα διανύσματος* $x_i^{t_\varepsilon} = B, \forall i$	*Συχνότητα ανομοιογενών διανυσμάτων*
$\overline{X}_{t_o} = (A,A,A,A)$	100	0	0
$\overline{X}_{t_o} = (A,A,B,B)$	0	100	0
$\overline{X}_{t_o} = (A,B,A,B)$	14	86	0
$\overline{X}_{t_o} = (A,A,A,B)$	33	67	0
$\overline{X}_{t_o} = (0,0,0,0)$	0	100	0

Έστω ένα 4-κανονικό δίκτυο με 10 δράστες, σχήμα 45. Οι Α-φιλικοί δράστες είναι οι: $1^{ος}$, $3^{ος}$, $5^{ος}$, $7^{ος}$, $9^{ος}$ με $\delta_i^A = 1$ και οι υπόλοιποι δράστες: $2^{ος}$, $4^{ος}$, $6^{ος}$, $8^{ος}$, $10^{ος}$ είναι Β-φιλικοί με $\delta_i^B = 1$. Εκτελέσαμε 100 προσομοιώσεις (τυχαίο αρχικό διάνυσμα). Οι 68 προσομοιώσεις κατέληξαν σε ισορροπία με ομοιογενή διανύσματα καταστάσεων (32 επικρατήσεις της τεχνολογίας Α και 36 υπέρ της Β) ενώ οι υπόλοιπες προσομοιώσεις έδωσαν ανομοιογενή διανύσματα ισορροπίας, δηλαδή οι τεχνολογίες συνυπήρχαν στο δίκτυο τη στιγμή ισορροπίας. Στον πίνακα 10, παραθέτουμε την εξέλιξη της διαδικασίας για μια από αυτές τις περιπτώσεις ανομοιογενούς ισορροπίας.



Σχήμα 45

Πίνακας 10

Χρόνος	*Δράστης*	*Προ Υιοθέτησης*	*Προδιάθεση*	$\gamma_i^t = (n_{i,A}^t - n_{i,B}^t)$	**Υιοθέτηση**	Διάνυσμα καταστάσεων
0	-	-				BAABABABBB
1	[5]	A	A-φιλική	0	A	BAABABABBB`
2	[4]	B	B-φιλική	2	*A	BAAAABABBB
3	[10]	B	B-φιλική	-2	B	BAAAABABBB
4	[8]	B	B-φιλική	-2	B	BAAAABABBB
5	[3]	A	A-φιλική	2	A	BAAAABABBB
6	[4]	A	B-φιλική	2	*A	BAAAABABBB
7	[1]	B	A-φιλική	0	A	AAAAABABBB
8	[4]	A	B-φιλική	2	*A	AAAAABABBB
9	[5]	A	A-φιλική	2	A	AAAAABABBB
10	[8]	B	B-φιλική	-2	B	AAAAABABBB
11	[7]	A	A-φιλική	-2	*B	AAAAABBBBB
12	[6]	B	B-φιλική	0	B	AAAAABBBBB
13	[7]	B	A-φιλική	-2	*B	AAAAABBBBB
14	[1]	A	A-φιλική	0	A	AAAAABBBBB
15	[4]	A	B-φιλική	2	*A	AAAAABBBBB
16	[7]	B	A-φιλική	-2	*B	AAAAABBBBB
17	[3]	A	A-φιλική	4	A	AAAAABBBBB
18	[3]	A	A-φιλική	4	A	AAAAABBBBB
19	[5]	A	A-φιλική	0	A	AAAAABBBBB
20	[9]	B	A-φιλική	-2	*B	AAAAABBBBB
21	[2]	A	B-φιλική	2	*A	AAAAABBBBB

Ο πίνακας 10 δείχνει ότι από την χρονική στιγμή $t_{11} = 11$ και μετά οι δράστες 1, 2, 3, 4 και 5 βρίσκονταν συνεχώς στην κατάσταση Α ενώ οι υπόλοιποι πέντε δράστες στην κατάσταση Β. Η $t_{11} = 11$ είναι στιγμή ισορροπίας. Μολονότι οι δράστες 2 και 4 είναι Β-φιλικοί, υιοθετούσαν την τεχνολογία Α, ενώ οι δράστες 7 και 9 που είναι Α-φιλικοί υιοθετούσαν την τεχνολογία Β. Γιατί συνέβαινε αυτό; Οι Β-φιλικοί δράστες 2 και 4 έχουν $\gamma_2^{t_{11}} = n_{2,A}^{t_{11}} - n_{2,B}^{t_{11}} = 3 - 1 = 2$ και $\gamma_4^{t_{11}} = n_{4,A}^{t_{11}} - n_{4,B}^{t_{11}} = 3 - 1 = 2$ αντίστοιχα. Επομένως οι συναρτήσεις απόδοσης τους έχουν θετικές τιμές: $F_2^{t_{11}} = -1 + 2 = 1 > 0$ και $F_4^{t_{11}} = -1 + 2 = 1 > 0$ και οι δράστες εκλέγουν αποκλειστικά την τεχνολογία Α $\forall t > t_{11}$. Όμοια είναι η εξήγηση για τους Α-φιλικούς δράστες 7 και 9.

Τι σχέση έχουν οι τιμές των προδιαθέσεων με την έκβαση της προσομοίωσης για το συγκεκριμένο 4-κανονικό δίκτυο; Κάναμε 100 προσομοιώσεις σε ένα 4-κανονικό δίκτυο δραστών με 10 δράστες. Οι περιττοί δράστες ήταν Α-φιλικοί με $\delta_i^A = 0.1$ ενώ οι άρτιοι ήταν Β-φιλικοί με $\delta_i^B = 0.1$. Οι 73 προσομοιώσεις οδήγησαν σε ομοιογενή ισορροπία. Οι υπόλοιπες 27 σε ανομοιογενή διανύσματα ισορροπίας. Τα ίδια αποτελέσματα, δηλαδή ισορροπία με ομοιογενή αλλά και με ανομοιογενή διανύσματα, προέκυψαν για κάθε τιμή $\delta_i^A, \delta_i^B < d$. Ύστερα, δοκιμάσαμε 100 προσομοιώσεις στο ίδιο δίκτυο με τους ίδιους δράστες Α-φιλικούς και Β-φιλικούς, αλλά με τιμές προδιαθέσεων $\delta_i^A = 4.1$ και $\delta_i^B = 4.1$. Όπως αναμέναμε, όταν $\delta_i^A, \delta_i^B > d$, κάθε δράστης υιοθετούσε την τεχνολογία της αρεσκείας του, χωρίς να έχει σημασία στην απόφαση του οι καταστάσεις στους γειτονικούς κόμβους.

Τι θα γινόταν αν είχαμε τους ίδιους δράστες, με το ίδιο αρχικό διάνυσμα καταστάσεων αλλά το δίκτυο είχε μικρότερη ή μεγαλύτερη πυκνότητα; Εκτελέσαμε από 100 προσομοιώσεις σε 2-κανονικό, 6-κανονικό, 8-κανονικό δίκτυο καθώς και στο πλήρες δίκτυο. Η έκβαση όλων των προσομοιώσεων ήταν η ισορροπία. Στον πίνακα 11 παραθέτουμε την συχνότητα εμφάνισης ομοιογενών και ανομοιογενών διανυσμάτων σε κάθε ένα από τα παραπάνω δίκτυα με το ίδιο αρχικό διάνυσμα καταστάσεων στο σύνολο των 100 προσομοιώσεων για κάθε δίκτυο.

Πίνακας 11

Δίκτυο	*Συχνότητα διανύσματος* $x_i^{t_\varepsilon} = A, \forall i$	*Συχνότητα διανύσματος* $x_i^{t_\varepsilon} = B, \forall i$	*Συχνότητα ανομοιογενών διανυσμάτων*	*Σύνολο πειραμάτων*
2-κανονικό	0	0	100	**100**
4-κανονικό	26	41	33	**100**
6-κανονικό	42	29	29	**100**
8-κανονικό	36	46	18	**100**
Πλήρες	53	47	0	**100**

Το ενδιαφέρον στοιχείο που δίνει ο πίνακας είναι ότι όσο πιο μεγάλη είναι η πυκνότητα του θεωρούμενου δικτύου τόσο πιο μικρή είναι η πιθανότητα να οδηγηθεί η διαδικασία σε ανομοιογενή ισορροπία. Θυμίζουμε, ωστόσο, ότι τα αντίστοιχα πειράματα με τον αλγόριθμο Ι (ισοπίθανες προδιαθέσεις) έδιναν πάντοτε αποτελέσματα ομοιογενούς ισορροπίας, δηλαδή πλήρους επικράτησης μιας τεχνολογίας, αν $0 < \delta_i^A, \delta_i^A < d$.

Τι θα συμβεί αν οι δράστες είναι χωρισμένοι από την αρχή του πειράματος σε δύο ομάδες ως προς τις καταστάσεις; Σε αυτήν την περίπτωση, θεωρούμε ότι το αρχικό διάνυσμα καταστάσεων είναι το: $\overline{X}_{t_0} = (A, A, A, A, A, B, B, B, B, B)$. Οι Α-φιλικοί δράστες είναι ξανά οι περιττοί (1ος, 3ος, 5ος, 7ος, 9ος) ενώ οι Β-φιλικοί είναι οι άρτιοι (2ος, 4ος, 6ος, 8ος, 10ος). Πραγματοποιήσαμε από 100 προσομοιώσεις με το ίδιο αρχικό διάνυσμα για κάθε ένα από τα εξής δίκτυα: 2-κανονικό, 4-κανονικό, 6-κανονικό, 8-κανονικό και πλήρες δίκτυο. Στον πίνακα 12 δίνουμε τις συχνότητες εμφάνισης ομοιογενών και ανομοιογενών διανυσμάτων ισορροπίας.

Πίνακας 12

Δίκτυο	*Συχνότητα διανύσματος* $x_i^{t_\varepsilon} = A, \forall i$	*Συχνότητα διανύσματος* $x_i^{t_\varepsilon} = B, \forall i$	*Συχνότητα ανομοιογενών διανυσμάτων*	*Σύνολο πειραμάτων*
2-κανονικό	0	0	100	**100**
4-κανονικό	0	0	100	**100**
6-κανονικό	0	0	100	**100**
8-κανονικό	44	52	4	**100**
Πλήρες	54	46	0	**100**

Στα πειράματα του πίνακα 12, όταν η διαδικασία κατέληγε σε ανομοιογενές διάνυσμα, τότε το διάνυσμα ισορροπίας ήταν πάντοτε ίδιο με το αρχικό $\overline{X}_{t_e} = \overline{X}_{t_0} = (A, A, A, A, A, B, B, B, B, B)$. Συγκρίνοντας τους πίνακες 11 και 12, μπορούμε να συμπεράνουμε ότι η αρχική κατανομή καταστάσεων ευνόησε την συχνότητα των ανομοιογενών διανυσμάτων, στα πειράματα με το 4-κανονικό και το 6-κανονικό δίκτυο. Ωστόσο, όπως φαίνεται από τα αποτελέσματα στο 8-κανονικό και στο πλήρες δίκτυο, όσο περισσότερο πυκνό γινόταν το δίκτυο των δραστών τόσο λιγότερες ήταν οι καταστάσεις ισορροπίας με συνύπαρξη των δύο τεχνολογιών.

Στα παραπάνω πειράματα έχουμε θεωρήσει ότι κάθε δράστης συνδέεται με τον ίδιο αριθμό Α-φιλικών και Β-φιλικών δραστών. Τι θα γινόταν αν κάποιοι δράστες συνδέονταν με περισσότερους ή λιγότερους Α-φιλικούς ή Β-φιλικούς; Έστω, π.χ., ότι οι δράστες 1, 2, 3, 7, 8 και 9 είναι Α-φιλικοί ενώ οι 4, 5 , 6 και 10 είναι Β-φιλικοί. Πραγματοποιήσαμε 100 προσομοιώσεις για διαφορετικής πυκνότητας κανονικά δίκτυα και με τυχαίο αρχικό διάνυσμα. Τα αποτελέσματα φαίνονται στον παρακάτω πίνακα 13.

Πίνακας 13

Δίκτυο	*Συχνότητα διανύσματος* $x_i^{t_e} = A, \forall i$	*Συχνότητα διανύσματος* $x_i^{t_e} = B, \forall i$	*Συχνότητα ανομοιογενών διανυσμάτων*	*Σύνολο πειραμάτων*
2-κανονικό	12	2	86	**100**
4-κανονικό	36	15	49	**100**
6-κανονικό	61	39	0	**100**
8-κανονικό	51	49	0	**100**
Πλήρες	52	48	100	**100**

Είναι σαφές ότι όσο αυξάνει η πυκνότητα του υπό μελέτη δικτύου τόσο αυξάνεται η πιθανότητα να προκύψει ομοιογενές διάνυσμα ισορροπίας , δηλαδή πλήρης επικράτηση μιας τεχνολογίας.

Ποιο θα ήταν το αποτέλεσμα αν οι Α-φιλικοί και οι Β-φιλικοί ήταν ομαδοποιημένοι ως προς τις συνδέσεις τους στο δίκτυο αλλά και τις αρχικές καταστάσεις; Για να ελέγξουμε την περίπτωση αυτή, θεωρούμε ότι Α-φιλικοί είναι οι $1^{ος}$, $2^{ος}$, $3^{ος}$, $4^{ος}$ και $5^{ος}$ ενώ Β-φιλικοί είναι οι υπόλοιποι ($6^{ος}$, $7^{ος}$, $8^{ος}$, $9^{ος}$, $10^{ος}$). Το αρχικό διάνυσμα καταστάσεων είναι το $\overline{X}_{t_0} = (A, A, A, A, A, B, B, B, B, B)$. Έγιναν από 100 πειράματα για 2-κανονικό, 4-κανονικό, 6-

κανονικό, 8-κανονικό και πλήρες δίκτυο με το ίδιο αρχικό διάνυσμα καταστάσεων. Τα αποτελέσματα δίνονται στον παρακάτω πίνακα 14.

Πίνακας 14

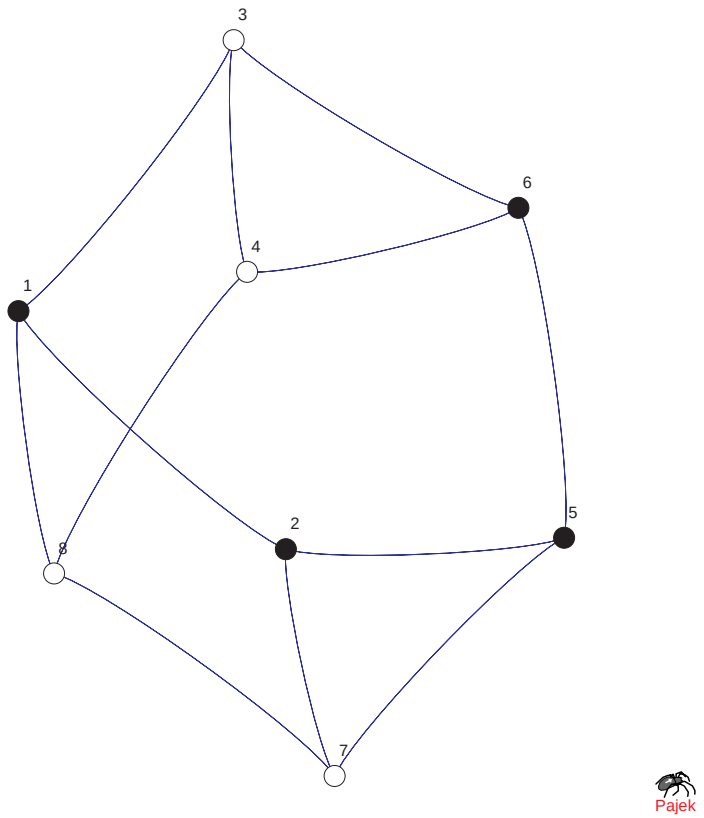
Δίκτυο	*Συχνότητα διανύσματος* $x_i^{t_\varepsilon} = A, \forall i$	*Συχνότητα διανύσματος* $x_i^{t_\varepsilon} = B, \forall i$	*Συχνότητα ανομοιογενών διανυσμάτων*	*Σύνολο πειραμάτων*
2-κανονικό	0	0	100	**100**
4-κανονικό	0	0	100	**100**
6-κανονικό	0	0	100	**100**
8-κανονικό	0	0	100	**100**
Πλήρες	0	0	100	**100**

Σε όλες τις προσομοιώσεις ήταν $\overline{X}_{t_o} = \overline{X}_{t_e}$, δηλαδή το διάνυσμα καταστάσεων παρέμεινε το ίδιο: $(A, A, A, A, A, B, B, B, B, B)$. Η εξήγηση είναι ότι στην γειτονιά κάθε δράστη την στιγμή $t_0 = 0$ ισχύει: είτε $\gamma_t^{t_0} = 0$, οπότε ο δράστης εκλέγει τεχνολογία ανάλογα με την προδιάθεση του (δράστες 1, 5, 6 και 10), είτε $\gamma_t^{t_0} > 0$ και είναι Α-φιλικός, οπότε εκλέγει μόνο την Α (δράστες 2, 3, 4) είτε $\gamma_t^{t_0} < 0$ και είναι Β-φιλικός, οπότε εκλέγει μόνο την Β (δράστες 7, 8, 9). Συμπεραίνουμε ότι στην περίπτωση που οι περισσότεροι δράστες συνδέονται με δράστες ίδιας αρχικής κατάστασης και ίδιας προδιάθεσης τότε όλα τα πειράματα οδηγούνται σε ανομοιογενή διανύσματα, ακόμη και στα πλήρη δίκτυα.

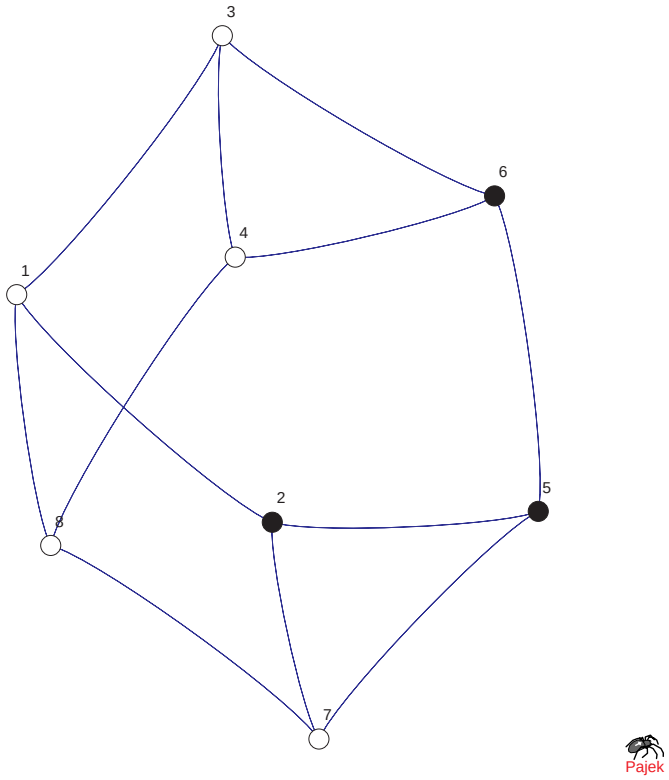
Περνάμε σε κανονικά δίκτυα περιττού βαθμού. Έστω το δίκτυο των 8 δραστών, σχ. 46. Θεωρούμε ότι οι περιττού αριθμού δράστες είναι Α-φιλικοί, ενώ οι ζυγού αριθμού είναι Β-φιλικοί. Κάθε προσομοίωση γίνεται με διαφορετικό αρχικό διάνυσμα καταστάσεων. Σε 100 προσομοιώσεις, οι 26 κατέληξαν σε ισορροπία με ομοιογενές διάνυσμα καταστάσεων, ενώ οι υπόλοιπες σε ανομοιογενή διανύσματα. Τα σχ. 46 και 47 απεικονίζουν το δίκτυο με τις αρχικές καταστάσεις ($t_0 = 0$) και τις καταστάσεις ισορροπίας ($t_e = 4$), αντίστοιχα, για ένα από τα πειράματα με ανομοιογενές διάνυσμα ισορροπίας. Βλέπουμε ότι οι δράστες που υιοθετούν την ίδια τεχνολογία δεν σχηματίζουν οπωσδήποτε κλίκες ή πλήρη υπογραφήματα, όπως συνέβαινε στις αντίστοιχες προσομοιώσεις του κεφαλαίου ΙΙ. Αντίθετα, οι δράστες 2, 4, 5 και 6 παραμένουν στην ίδια κατάσταση από την αρχή του πειράματος. Αυτό συμβαίνει αφού η μόνη

περίπτωση στην οποία αλλάζει κάποιος δράστης κατάσταση είναι να έχει προδιάθεση συμβατή με την υπερισχύουσα των καταστάσεων στη γειτονιά του, αλλά η κατάσταση του να είναι διαφορετική. Για παράδειγμα, αν ένας δράστης βρίσκεται στην κατάσταση B, αλλά είναι A-φιλικός και στην γειτονιά του υπερισχύει η τεχνολογία A, τότε θα αλλάξει κατάσταση και θα υιοθετήσει την τεχνολογία A. Αυτό συνέβη στον δράστη 1.

Περιπτώσεις στις οποίες αλλάζει κατάσταση ένας δράστης στο συγκεκριμένο δίκτυο			
Προδιάθεση	***Καταστάσεις στην γειτονιά του δράστη***	***Τρέχουσα κατάσταση***	***Εκλογή τεχνολογίας***
A-φιλικός	$\gamma_i>1$	B	A
B-φιλικός	$\gamma_i<-1$	A	B



Σχήμα 46



Σχήμα 47

Γιατί οι υπόλοιποι δράστες δεν αλλάζουν κατάσταση; Αυτό οφείλεται στις τιμές των παραμέτρων. Οι Α-φιλικοί δράστες έχουν $\delta_i^{\mathrm{A}} = 1$ και οι Β-φιλικοί έχουν $\delta_i^{B} = 1$. Αναλυτικά, ο πίνακας 15 δίνει τις αρχικές καταστάσεις, τις προδιαθέσεις, τις κοινωνικές συνιστώσες και τις αποδόσεις κάθε δράστη την στιγμή $t_0 = 0$ για το δίκτυο του σχ. 46:

Πίνακας 15

Δράστης	*1ος*	*2ος*	*3ος*	*4ος*	*5ος*	*6ος*	*7ος*	*8ος*
Κατάσταση	Β	Β	Α	Α	Β	Β	Α	Α
$\delta_i^{\mathrm{A}\ ή\ \mathrm{B}}$	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1
γ_i	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1
F_i	2	-2	0	0	0	0	0	0
Εκλογή	Α	Β	Καμία	Καμία	Καμία	Καμία	Καμία	Καμία

Μόνο ο 1ος δράστης εμπίπτει στην περίπτωση αλλαγής κατάστασης που προαναφέραμε. Οι υπόλοιποι δράστες είτε βρίσκονται ήδη σε κατάσταση που τους δίνει μεγάλη απόδοση (2ος

δράστης) είτε έχουν τέτοιο συνδυασμό προδιάθεσης και γειτονικών καταστάσεων ώστε η απόδοση τους να είναι μηδενική, οπότε δεν υιοθετούν καμία από τις δύο τεχνολογίες, απλώς μένουν στην τεχνολογία που είχαν από την αρχή (δράστες 3, 4, 5, 6, 7, 8).

Για το ίδιο δίκτυο των 8 δραστών (σχ. 46), είναι σκόπιμο να ελέγξουμε την περίπτωση που οι προδιαθέσεις είχαν διαφορετικές τιμές, π.χ. $\delta_i^A = \delta_i^B = 0.1$, $\delta_i^A = \delta_i^B = 2.1$ και $\delta_i^A = \delta_i^B = 3.1$. Θεωρούμε ότι οι περιττοί δράστες ($1^{ος}$, $3^{ος}$, $5^{ος}$, $7^{ος}$) είναι Α-φιλικοί, ενώ οι ζυγοί ($2^{ος}$, $4^{ος}$, $6^{ος}$, $8^{ος}$) είναι Β-φιλικοί. Κάθε προσομοίωση έγινε με διαφορετικό αρχικό διάνυσμα καταστάσεων. Σε 100 προσομοιώσεις, είχαμε τα αποτελέσματα του πίνακα 16.

Πίνακας 16

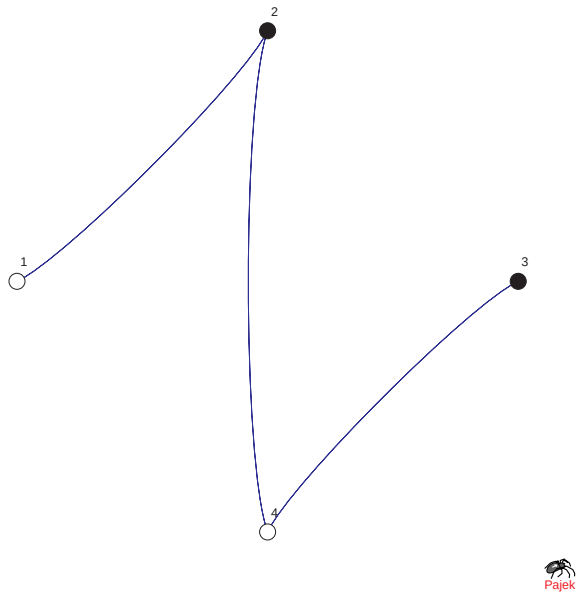
Τιμές προδιαθέσεων	*Συχνότητα διανύσματος* $x_i^{t_\varepsilon} = A, \forall i$	*Συχνότητα διανύσματος* $x_i^{t_\varepsilon} = B, \forall i$	*Συχνότητα ανομοιογενών διανυσμάτων*	*Σύνολο πειραμάτων*
$\delta_i^{A\ ή\ B} = 0.1$	27	30	43	**100**
$\delta_i^{A\ ή\ B} = 1$	12	11	100	**100**
$\delta_i^{A\ ή\ B} = 2.1$	11	4	85	**100**
$\delta_i^{A\ ή\ B} = 3.1$	0	0	100	**100**

Στην τελευταία περίπτωση $\delta_i^A = \delta_i^B = 3.1$ κάθε επιλεγμένος δράστης είχε μεγαλύτερη προδιάθεση από την μέγιστη τιμής της διαφοράς γ_i των καταστάσεων στους γειτονικούς κόμβους, συνεπώς υιοθετούσε πάντοτε την τεχνολογία που προτιμούσε χωρίς να παίζει ρόλο ποια τεχνολογία υπερισχύει στην γειτονιά του.

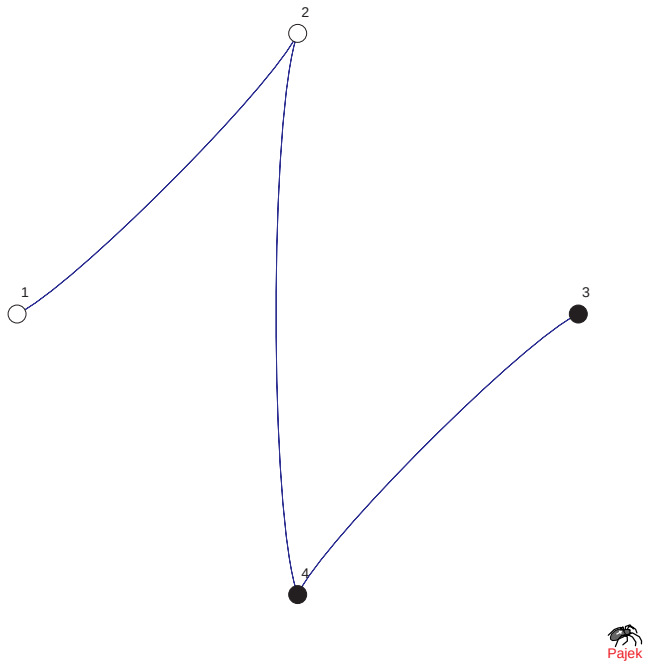
2. Μη κανονικά δίκτυα

Σε αυτήν την ενότητα θα ασχοληθούμε με προσομοιώσεις του μοντέλου με τον αλγόριθμο ΙΙ σε μη-κανονικά δίκτυα. Θεωρούμε το μη κανονικό δίκτυο των 4 δραστών του σχήματος 48. Οι δράστες 1, 2 είναι Α-φιλικοί με $\delta_i^{\mathrm{A}} = 1$ ενώ οι δράστες 3 και 4 είναι Β-φιλικοί με $\delta_i^B = 1$. Το

αρχικό διάνυσμα καταστάσεων ήταν το $\overline{X}_{t_o} = (A, B, A, B)$. Η προσομοίωση κατέληξε σε ισορροπία με ανομοιογενές διάνυσμα τη στιγμή $t_e = 6$, σχήμα 49.



Σχήμα 48



Σχήμα 49

Στον πίνακα 17 περιγράφεται η εξέλιξη της διαδικασίας για τις πρώτες 10 χρονικές στιγμές.

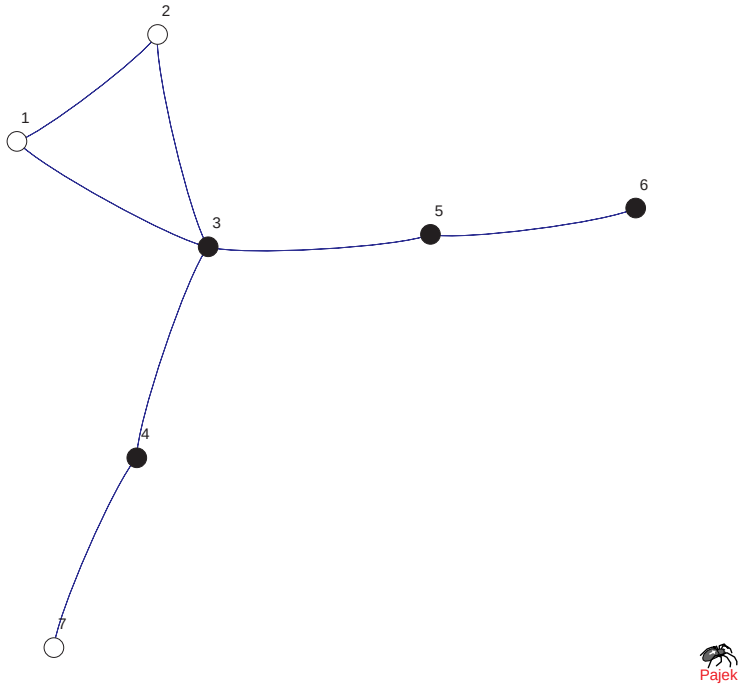
Πίνακας 17

Χρόνος	*Δράστης*	*Πριν την υιοθέτηση*	*Προδιάθεση*	$\gamma_i^t = (n_{i,A}^t - n_{i,B}^t)$	***Εκλογή***	*Διάνυσμα καταστάσεων*
0	-	-				
1	[1]	A	A-φιλικός	-1	#A	ABBA
2	[2]	B	A-φιλικος	2	A	AABA
3	[3]	B	B-φιλικος	1	#B	AABA
4	[2]	A	A-φιλικος	2	A	AABA
5	[1]	A	A-φιλικος	1	A	AABA
6	[4]	A	B-φιλικος	0	B	AABB
7	[2]	A	A-φιλικος	0	A	AABB
8	[4]	B	B-φιλικος	0	B	AABB
9	[3]	B	B-φιλικος	-1	B	AABB
10	[1]	A	A-φιλικος	1	A	AABB

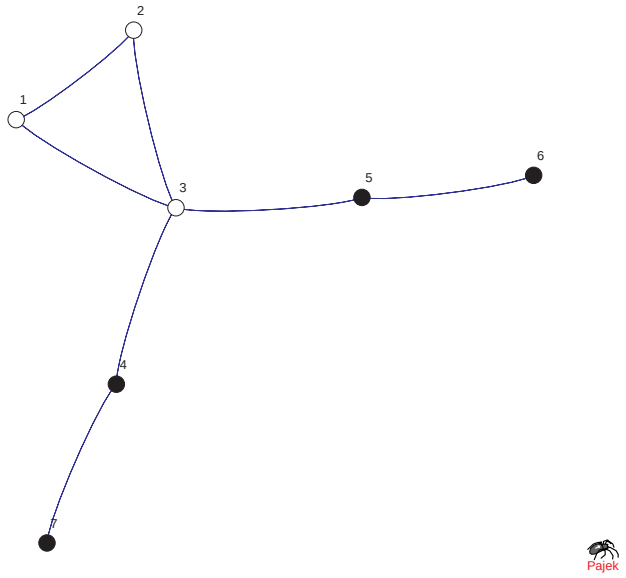
Το δίκτυο του σχ. 49 μπορεί να θεωρηθεί ότι χωρίζεται σε δύο υποσύνολα δραστών, αφού οι δράστες 1 και 2 αποτελούν πλήρες υπογράφημα (τετριμμένο), αλλά ταυτόχρονα έχουν και την ίδια προδιάθεση. Με άλλα λόγια, αν θεωρήσουμε την ύπαρξη κατηγοριών των δραστών όσον αφορά κοινά τους χαρακτηριστικά, τότε όλοι οι δράστες που έχουν θετική προδιάθεση για την τεχνολογία A (ή B) ανήκουν σε μία κατηγορία. Με αυτόν τον τρόπο διακρίνουμε δύο κατηγορίες δραστών στο μοντέλο. Το ερώτημα που μπορεί να τεθεί είναι, στην περίπτωση που πλήρεις υπογράφοι στο δίκτυο απαρτίζονται από δράστες της ίδιας κατηγορίας, αν θα οδηγείται η διαδικασία σε ανομοιογενές διάνυσμα με τον κάθε υπογράφο να περιλαμβάνει δράστες της ίδιας κατάστασης και της ίδιας κατηγορίας;

Έστω το δίκτυο του σχ. 50, όπου οι δράστες 1, 2, και 3 είναι A-φιλικοί και σχηματίζουν μία κλίκα στο δίκτυο. Οι υπόλοιποι δράστες είναι B-φιλικοί. Έγιναν 100 προσομοιώσεις με τυχαίο αρχικό διάνυσμα καταστάσεων. Οι 21 προσομοιώσεις κατέληξαν σε ομοιογενές διάνυσμα ισορροπίας, ενώ στις υπόλοιπες προέκυψαν ανομοιογενή διανύσματα ισορροπίας. Σε όλα τα πειράματα που κατέληξαν σε ανομοιογενή ισορροπία, όλοι οι δράστες υιοθετούσαν μόνο την τεχνολογία της προδιάθεσής τους. Στο σχ. 51 απεικονίζεται το ίδιο δίκτυο την στιγμή ισορροπίας για μια περίπτωση ανομοιογένειας. Συμπερασματικά, η «κλίκα» και ταυτόχρονα οι κοινές προδιαθέσεις ήταν επαρκείς προϋποθέσεις σε αυτό το δίκτυο για να εκλέγεται μόνο η

τεχνολογία Α από τους δράστες 1, 2 και 3. Σημειώνει κανείς ότι το δίκτυο αυτό συνιστά μια 2-κλίκα.

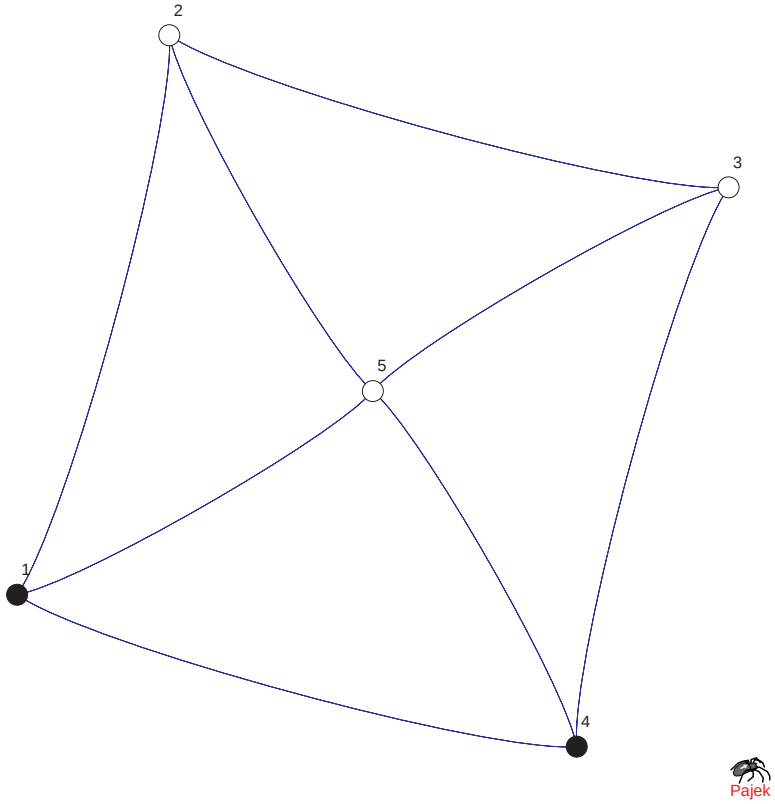


Σχήμα 50

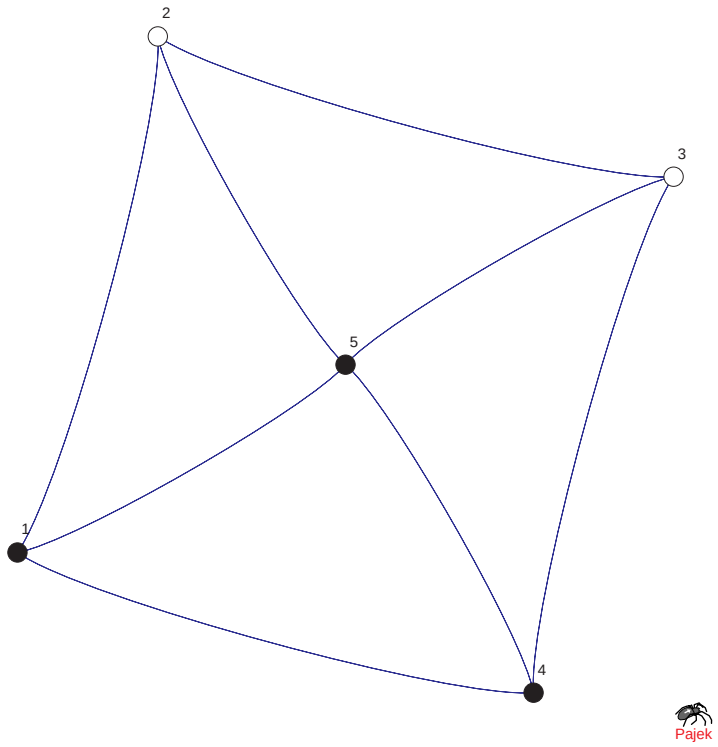


Σχήμα 51

Θεωρούμε το δίκτυο (2-κλίκα) με 5 δράστες του σχ. 52. Οι δράστες 1, 2, 3 είναι Α-φιλικοί με $\delta_i^A = 1$ ενώ οι δράστες 4 και 5 είναι Β-φιλικοί με $\delta_i^B = 1$. Στις 100 προσομοιώσεις που εκτελέσαμε οι 82 κατέληξαν σε ομοιογενή ισορροπία, ενώ οι υπόλοιπες σε ανομοιογενή διανύσματα ισορροπίας. Μία από αυτές τις ισορροπίες με ανομοιογενή διανύσματα εικονίζεται στο σχ. 53.



Σχήμα 52



Σχήμα 53

Είναι προφανές ότι οι Α-φιλικοί δράστες εκλέγουν την τεχνολογία Α ή απλώς παραμένουν σε αυτήν όταν η διαφορά των καταστάσεων στους γειτονικούς κόμβους είναι $\gamma_i > -1$. Εδώ, αυτό συνέβη με τους δράστες 2 και 3. Αντίθετα ο δράστης 1, αν και Α-φιλικός, υιοθετούσε μόνο την Β τεχνολογία, αφού κάθε φορά που καλούνταν να εκλέξει τεχνολογία είχε $\gamma_i = -1$, επομένως $F_i = 1 - 1 = 0$, οπότε παρέμενε στην ίδια κατάσταση από την αρχή ως το τέλος του πειράματος. Τέλος, οι δράστες 4 και 5 ως Β-φιλικοί θα υιοθετούσαν την Β τεχνολογία αν $\gamma_i < 0$. Αν επιλέγαμε πρώτον τον 4^{ο} δράστη, τότε αυτός θα υιοθετούσε την Β, οπότε παρέμενε στην ίδια κατάσταση, γιατί $F_i = -1 - 0 = -1$. Ενώ στην περίπτωση που επιλέγονταν ο 5^{ος}, όπως έγινε, θα υιοθετούσε την Β αφού έχει $F_i = -1 - 0 = -1$, οπότε θα άλλαζε κατάσταση, όπως έγινε.

Σε αυτήν την ενότητα εργαστήκαμε με τον αλγόριθμο ΙΙ σε κανονικά και μη-κανονικά δίκτυα και θετικά πρόσημα στους δεσμούς μεταξύ των δραστών. Διαπιστώσαμε ότι τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων διέφεραν αρκετά από τα αποτελέσματα προσομοιώσεων με τον αλγόριθμο Ι. Συνοπτικά, είδαμε ότι η διαδικασία *διαλογής δράστης και εκλογής τεχνολογίας*:

- Σε άρτιου βαθμού κανονικά δίκτυα με $\delta_i^A, \delta_i^B < d$ καταλήγει σε ισορροπία με ομοιογενές ή ανομοιογενές διάνυσμα καταστάσεων. Θυμίζουμε ότι με τον αλγόριθμο Ι σε άρτιου βαθμού κανονικά δίκτυα η διαδικασία οδηγούνταν πάντοτε σε ομοιογενή ισορροπία (εκτός εάν $\delta_i^A, \delta_i^B = 0$).
- Σε περιττού βαθμού κανονικά δίκτυα με οποιαδήποτε $\delta_i^A, \delta_i^B < d$ καταλήγει σε ισορροπία με ομοιογενές ή ανομοιογενές διάνυσμα καταστάσεων. Ενώ με τον αλγόριθμο Ι, η διαδικασία κατέληγε και σε ανομοιογενή διανύσματα μόνο αν $\delta_i^A, \delta_i^B < 1$.
- Σε μη-κανονικά δίκτυα με $\delta_i^A, \delta_i^B < \min d$ σε ισορροπία με ομοιογενές ή ανομοιογενές διάνυσμα.

Ακόμα, στα πειράματα με τον αλγόριθμο Ι και $\delta_i^A, \delta_i^B > d$ για τους δράστες σε οποιοδήποτε δίκτυο η διαδικασία έφτανε σε ανισορροπία, αφού κάθε δράστης είχε 50% πιθανότητα να είναι Α-φιλικός ή Β-φιλικός και επομένως άλλαζε συνεχώς κατάσταση. Αντίθετα, στα πειράματα με τον αλγόριθμο ΙΙ όπου οι δράστες είχαν δεδομένες προδιαθέσεις, όταν $\delta_i^A, \delta_i^B > d$ η διαδικασία έφτανε σε ισορροπία. Κάθε δράστης σταθεροποιούνταν στην κατάσταση της προδιάθεσης του, δηλαδή οι Α-φιλικοί υιοθετούσαν την κατάσταση Α ενώ οι Β-φιλικοί την κατάσταση Β.

ΙΙ. Θετικά & Αρνητικά Πρόσημα Δεσμών

Σε αυτήν την ενότητα, θα περιπλέξουμε περισσότερο την διαδικασία που περιγράφεται από το μοντέλο επιτρέποντας οι δεσμοί μεταξύ των δραστών να έχουν και αρνητικό πρόσημο (*αρνητικοί δεσμοί*). Για παράδειγμα, έστω ένας δράστης *i* που συνδέεται με δύο δράστες *k* και *j*. Έστω ότι ο δεσμός (*i*, *k*) είναι αρνητικός ενώ ο (*i*, *j*) είναι θετικός. Έστω, επίσης, ότι οι δράστες *k* και *j* βρίσκονται στις καταστάσεις Α και Β αντίστοιχα. Τότε, η διαφορά των καταστάσεων στην γειτονιά του δράστη *i* είναι $\gamma_i^t = n_{i,A}^t - n_{i,B}^t = -1-1 = -2$ αντί για $\gamma_i^t = n_{i,A}^t - n_{i,B}^t = 1-1 = 0$ που θα ήταν στην περίπτωση που όλοι οι δεσμοί ήταν θετικοί.

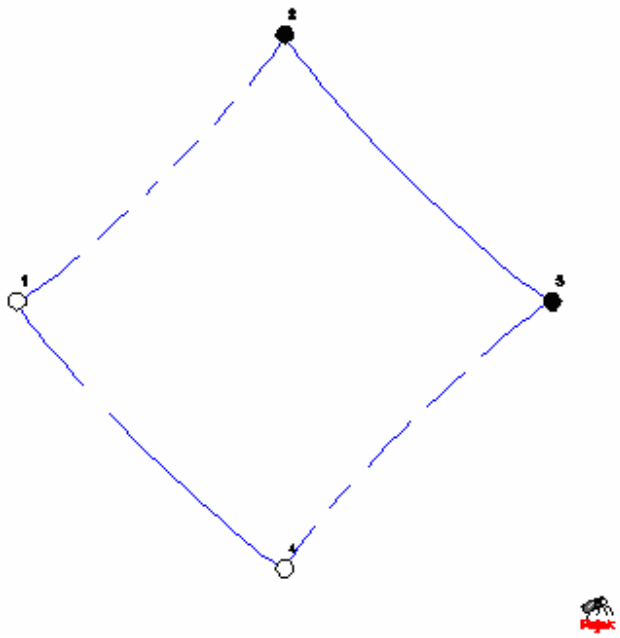
Στις επόμενες παραγράφους θα εξετάσουμε τα αποτελέσματα της εφαρμογής του αλγόριθμου ΙΙ σε κανονικά και μη κανονικά δίκτυα στα οποία οι δεσμοί των δραστών είναι θετικοί ή αρνητικοί. Σε όλες τις προσομοιώσεις θεωρήσαμε $r_A = r_B = 1$ και $T_{MAX} = 1000$.

1. Κανονικά δίκτυα

Έστω το δίκτυο των 4 δραστών, σχήμα 54. Οι δράστες 1 και 2 είναι Α-φιλικοί ενώ οι δράστες 3 και 4 είναι Β-φιλικοί. Το δίκτυο αυτό είχαμε δει και την προηγούμενη ενότητα. Ωστόσο, τώρα θεωρούμε ότι οι δράστες που έχουν την ίδια προδιάθεση συνδέονται με αρνητικό δεσμό. Δηλαδή, τα πρόσημα των δεσμών διαμορφώνονται σύμφωνα με τον πίνακα 18:

Πίνακας 18

Δεσμός	$w_{(i,j)}$
(1, 2)	-1
(2, 3)	+1
(3, 4)	-1
(4, 1)	+1



Σχήμα 54

Και στις 100 προσομοιώσεις που έγιναν στο δίκτυο του σχ. 54, η διαδικασία οδηγήθηκε σε ισορροπία με ανομοιογενή διανύσματα ισορροπίας $\overline{X}_{t_e}$, τα εξής: (B,A,A,B) και (A,B,B,A). Πράγματι, από τα 16 πιθανά διανύσματα καταστάσεων μόνο για αυτά τα δύο η διαδικασία εμφανίζει ισορροπία. Για παράδειγμα, το (B,A,A,B) είναι διάνυσμα ισορροπίας αφού, όπως φαίνεται στην ανάλυση των αποδόσεων στον πίνακα 19, κάθε δράστης υιοθετεί την ίδια τεχνολογία με αυτήν που έχει ως κατάσταση, δηλαδή ο 1ος υιοθετεί μόνο την Β, ο 2ος μόνο την Α, ο 3ος μόνο την Α και ο 4ος μόνο την Β. Θυμίζουμε ότι οι συναρτήσεις απόδοσης είναι $F_{i,A}^t = \delta^A + \gamma_i^t$ για τους Α-φιλικούς και $F_{i,B}^t = -\delta^B + \gamma_i^t$ για τους Β-φιλικούς.

Πίνακας 19

Δράστης	*Προδιάθεση*	$\gamma_i^t = n_{i,A}^t - n_{i,B}^t$	*Απόδοση*	*Εκλογή*
1	$\delta_i^A = 1$	$\gamma_i^t = (-1)_A - 1_B = -2$	$F_i^A = 1 + (-2) = -1$	*B*
2	$\delta_i^A = 1$	$\gamma_i^t = (1)_A - (-1)_B = 2$	$F_i^A = 1 + 2 = 3$	A
3	$\delta_i^B = 1$	$\gamma_i^t = (1)_A - (-1)_B = 2$	$F_i^B = -1 + 2 = 1$	A
4	$\delta_i^B = 1$	$\gamma_i^t = (-1)_A - 1_B = -2$	$F_i^B = -1 + (-2) = -3$	B

Ας ελέγξουμε ένα από τα υπόλοιπα 14 διανύσματα, πχ το (A,A,A,A). Ο πίνακας 20 αναλύει τον υπολογισμό της απόδοσης για κάθε δράστη.

Πίνακας 20

Δράστης	*Προδιάθεση*	$\gamma_i^t = n_{i,A}^t - n_{i,B}^t$	*Απόδοση*	*Εκλογή*
1	$\delta_i^A = 1$	$\gamma_i^t = (-1+1)_A - 0_B = 0$	$F_i^A = 1$	*A*
2	$\delta_i^A = 1$	$\gamma_i^t = (-1+1)_A - 0_B = 0$	$F_i^A = 1$	A
3	$\delta_i^B = 1$	$\gamma_i^t = (1-1)_A - 0_B = 0$	$F_i^B = -1$	B
4	$\delta_i^B = 1$	$\gamma_i^t = (1-1)_A - 0_B = 0$	$F_i^B = -1$	B

Οι Β-φιλικοί δράστες 3 και 4 έχουν αρνητική απόδοση. Συνεπώς, αν επιλεχθεί ο δράστης 3 κάποια στιγμή, αυτός θα εκλέξει την τεχνολογία Β με πιθανότητα 1. Άρα το διάνυσμα καταστάσεων (A,A,A,A) δεν είναι διάνυσμα ισορροπίας, αλλά μεταβατικό, αφού με

πιθανότητα 1 θα μεταβληθεί σε κάποια επανάληψη. Όμοια, αποδεικνύονται μεταβατικά και τα υπόλοιπα πιθανά διανύσματα καταστάσεων, δηλαδή τα (A,A,A,B), (A,A,B,B), (B,A,A,A), (A,B,A,B), (A,B,A,A), (A,A,B,A) καθώς και τα διανύσματα που προκύπτουν από αυτά εάν θέσουμε όπου Α το Β και όπου Β το Α. Στην περίπτωση που τα αρνητικά πρόσημα βρίσκονταν στους δεσμούς των δραστών 2, 3 και 3, 4, το αποτέλεσμα όλων των προσομοιώσεων ήταν πάλι ισορροπία με ανομοιογενές διάνυσμα. Τα διανύσματα ήταν τα εξής: (A,A,B,B) και (B,B,A,A).

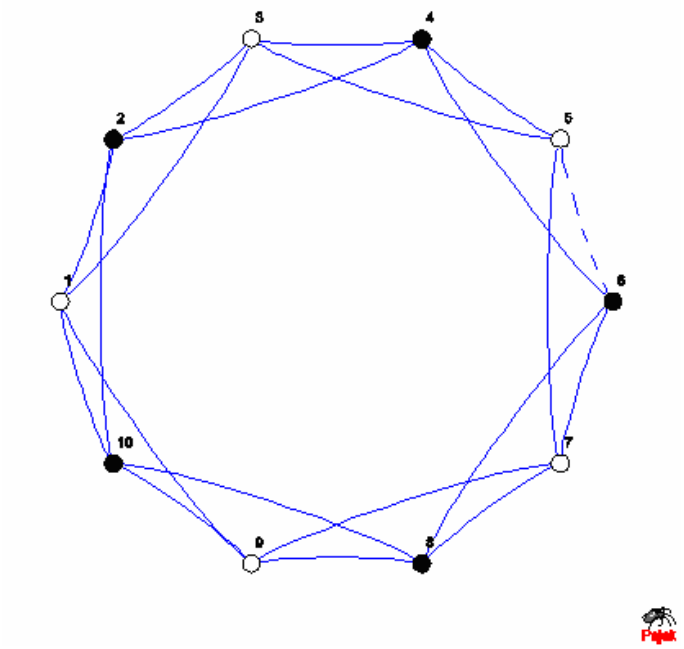
Οι ίδιες προσομοιώσεις έγιναν και για το πλήρες δίκτυο με 4 δράστες με τα πρόσημα δεσμών του πίνακα 16. Τα αποτελέσματα ήταν: 7 ομοιογενείς ισορροπίες (A,A,A,A), (B,B,B,B) και 93 ανομοιογενείς. Συγκριτικά, τα διανύσματα ανομοιογενών καταστάσεων τη στιγμή ισορροπίας στο πλήρες δίκτυο ήταν πολύ περισσότερα: (A,B,A,B), (B,A,B,A), (B,A,A,B), (A,B,B,A), (A,B,B,B), (B,A,B,B), (A,A,B,A) και (A,A,A,B). Σημειώνουμε ότι στα αντίστοιχα πειράματα με το ίδιο πλήρες δίκτυο της προηγούμενης ενότητας (όπου δεν υπήρχαν αρνητικά πρόσημα) οι προσομοιώσεις κατέληξαν αποκλειστικά σε ομοιογενή διανύσματα.

Μέχρι εδώ υπολογίζαμε δύο δεσμούς ως αρνητικούς στο δίκτυο των 4 δραστών. Τώρα δοκιμάζουμε με μόνο έναν αρνητικό δεσμό, π.χ. τον δεσμό των δραστών 1 και 2 του ίδιου δικτύου, οπότε $w_{(1,2)} = -1$. Πάλι οι δράστες 1 και 2 είναι οι Α-φιλικοί ενώ οι 3 και 4 είναι οι Β-φιλικοί. Οι 8 από τις 100 προσομοιώσεις έδωσαν ισορροπία με ομοιογενές διάνυσμα με $x_i^{t_e} = A, \forall i$. Οι υπόλοιπες προσομοιώσεις οδηγήθηκαν σε ανομοιογενή ισορροπία σε ένα από τα εξής διανύσματα καταστάσεων: (A,B,A,A), (B,A,B,B), (A,B,B,B). Συνολικά, από τους 16 δυνατούς συνδυασμούς διανυσμάτων τα τέσσερα προαναφερθέντα είναι διανύσματα ισορροπίας. Τα υπόλοιπα διανύσματα καταστάσεων είναι μεταβατικά, δηλαδή για οποιοδήποτε από αυτά η διαδικασία θα καταλήξει με πιθανότητα 1 σε ένα από τα τέσσερα διανύσματα ισορροπίας.

Στα προηγούμενα πειράματα υποθέσαμε την ύπαρξη 2 catnets στο δίκτυο, δηλαδή οι συνδεδεμένοι δράστες ανά δύο σχημάτιζαν μια κατηγορία ως προς τις κοινές προδιαθέσεις τους. Επομένως οι δράστες 1 και 2 δημιουργούσαν ένα catnet ενώ οι δράστες 3 και 4 ένα άλλο.

Ελέγχουμε την περίπτωση όπου οι δράστες ίδιας προδιάθεσης δεν συνδέονται με δεσμό, δηλαδή δεν υπάρχει catnet. Έστω το δίκτυο των 4 δραστών του σχ. 61, όπου οι δράστες 1 και 3 είναι Α-φιλικοί, ενώ οι 2 και 4 είναι Β-φιλικοί. Τα πρόσημα των δεσμών είναι όπως στον πίνακα 16. Και οι 100 προσομοιώσεις έφτασαν σε ισορροπία με ανομοιογενές διάνυσμα καταστάσεων. Τα διανύσματα ισορροπίας ήταν: (A,B,A,B), (B,A,A,B) και (A,B,B,A). Τα υπόλοιπα διανύσματα καταστάσεων ήταν μεταβατικά. Για σύγκριση, τα διανύσματα ισορροπίας που έδωσε το αντίστοιχο πλήρες δίκτυο ήταν: (A,B,A,B), (B,A,B,A), (B,A,A,B),(A,B,B,A), (A,A,A,A), (B,B,B,B).

Στη συνέχεια, πειραματιζόμαστε με κανονικά δίκτυα με αυξημένο αριθμό των δραστών καθώς και πυκνότητα. Για παράδειγμα ένα 4-κανονικό δίκτυο με 10 δράστες. Οι δράστες με περιττό αριθμό είναι Α-φιλικοί, ενώ οι ζυγού αριθμού δράστες είναι Β-φιλικοί. Κατ' αρχάς, θεωρούμε ότι το πλήθος των αρνητικών δεσμών μεταξύ δραστών του δικτύου είναι περιττός αριθμός. Έστω, λοιπόν, ότι μόνος αρνητικός δεσμός είναι ο (5, 6), δηλαδή $w_{(5,6)} = -1$ (σχ. 55).



Σχήμα 55

Πραγματοποιήθηκαν 100 πειράματα σε αυτό το δίκτυο με διάφορα αρχικά διανύσματα καταστάσεων. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στο πίνακα 21.

Πίνακας 21

Τιμές προδιαθέσεων	*Συχνότητα διανύσματος* $x_i^{t_\varepsilon} = A, \forall i$	*Συχνότητα διανύσματος* $x_i^{t_\varepsilon} = B, \forall i$	*Συχνότητα ανομοιογενών διανυσμάτων*	*Σύνολο πειραμάτων*
(0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)	33	36	31	**100**
(A,B,A,B,A,B,A,B,A,B)	0	0	100	**100**
(A,A,A,B,B,B,A,A,A,B)	79	4	17	**100**
Τυχαίο	25	46	29	**100**

Σημειώνουμε ότι σε κάθε πείραμα, με αρχικό διάνυσμα (A,B,A,B,A,B,A,B,A,B), που κατέληξε σε ανομοιογενή ισορροπία, το διάνυσμα ισορροπίας ήταν ίδιο με το αρχικό.

Αλλάζουμε το πρόσημο του δεσμού (*2, 4*) από +1 σε -1. Τώρα το δίκτυο έχει δύο αρνητικούς δεσμούς. Εκτελούμε πάλι 100 προσομοιώσεις με τυχαίο αρχικό διάνυσμα. Οι 15 από τις 1000 ολοκληρώθηκαν με ισορροπία και ταυτόχρονα επικράτηση της τεχνολογίας Α, οι 22 με ισορροπία και ταυτόχρονα επικράτηση της Β και οι υπόλοιπες 63 με ισορροπία και ανομοιογενή διανύσματα. Επίσης κάναμε από 100 προσομοιώσεις για καθένα από τα αρχικά διανύσματα του πίνακα 20. Τα αποτελέσματα δεν διέφεραν σημαντικά από τα αντίστοιχα αποτελέσματα του πίνακα 19 για το ίδιο δίκτυο με ένα αρνητικό δεσμό δραστών. Σημειώνει κανείς ότι οι καταστάσεις ισορροπίας με ομοιογενή διανύσματα ήταν πολύ λιγότερες σε αυτό το δίκτυο. Μπορεί κανείς να υποθέσει ότι όσο περισσότεροι αρνητικοί δεσμοί υπεισέρχονται σε ένα δίκτυο τόσο πιο δύσκολα η διαδικασία ανταγωνισμού τεχνολογιών μπορεί να καταλήξει σε ισορροπία με ομοιογενές διάνυσμα.

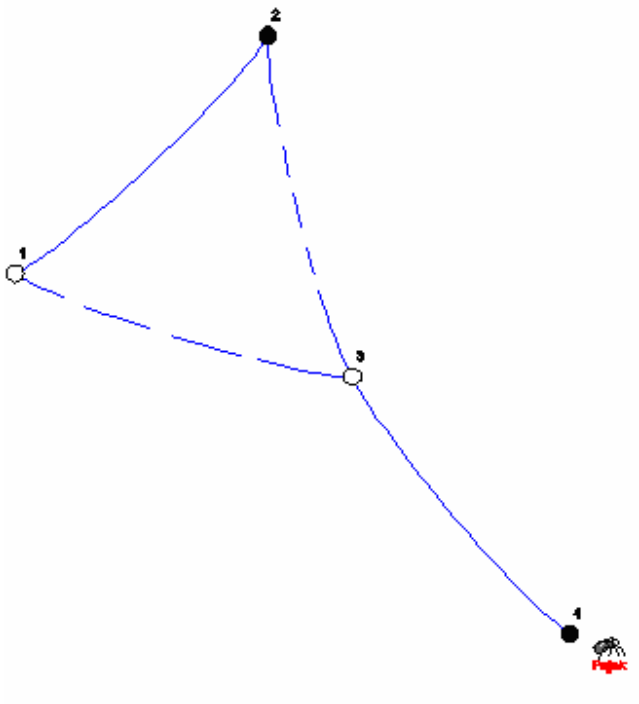
Πίνακας 22

Τιμές προδιαθέσεων	*Συχνότητα διανύσματος* $x_i^{t_\varepsilon} = A, \forall i$	*Συχνότητα διανύσματος* $x_i^{t_\varepsilon} = B, \forall i$	*Συχνότητα ανομοιογενών διανυσμάτων*	*Σύνολο πειραμάτων*
(0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)	6	8	96	**100**
(A,B,A,B,A,B,A,B,A,B)	0	0	100	**100**
(A,A,A,B,B,B,A,A,A,B)	19	0	81	**100**
Τυχαίο	15	22	63	**100**

Μια ακόμη ενδιαφέρουσα περίπτωση είναι εκείνη στην οποία συμβαίνει σύμπτωση των αρνητικών δεσμών με εκείνους που ενώνουν δύο δράστες, έναν που ανήκει σε ένα catnet και έναν που δεν ανήκει. Πιο συγκεκριμένα, έστω το παραπάνω 4-κανονικό δίκτυο των 10 δραστών. Υποθέτουμε ότι οι δράστες 1, 2, 3, 7, 8, 9 είναι Α-φιλικοί ενώ οι 4, 5, 6 και 10 είναι Β-φιλικοί. Επιπλέον, θεωρούμε ότι $w_{(3,4)} = w_{(6,7)} = w_{(1,10)} = -1$, δηλαδή οι δεσμοί (3,4), (6,7) και (1,10) είναι αρνητικοί. Στην ουσία, το δίκτυο αποτελείται από 2 catnets των 3 δραστών και 1 δράστη απομονωμένο. Η υπόθεση θα ήταν ότι αυτό στο συγκεκριμένο δίκτυο η διαδικασία δεν έχει την δυνατότητα, υπό αυτές τις συνθήκες, να καταλήξει σε ισορροπία με πλήρη επικράτηση μιας τεχνολογίας. Η πραγματικότητα είναι ότι η διαδικασία καταλήγει σε ισορροπία και με επικράτηση τεχνολογίας. Πράγματι, στα 100 πειράματα που έγιναν στο παραπάνω δίκτυο τα 15 ολοκληρώθηκαν με ομοιογενή ισορροπία υπέρ της τεχνολογίας Α, τα 7 με ισορροπία και επικράτηση της Β, ενώ τα 78 με ανομοιογενή ισορροπία. Δηλαδή ακόμα και σε αυτό το «γκετοποιημένο» δίκτυο, η διαδικασία μπορεί να καταλήξει σε πλήρη επικράτηση.

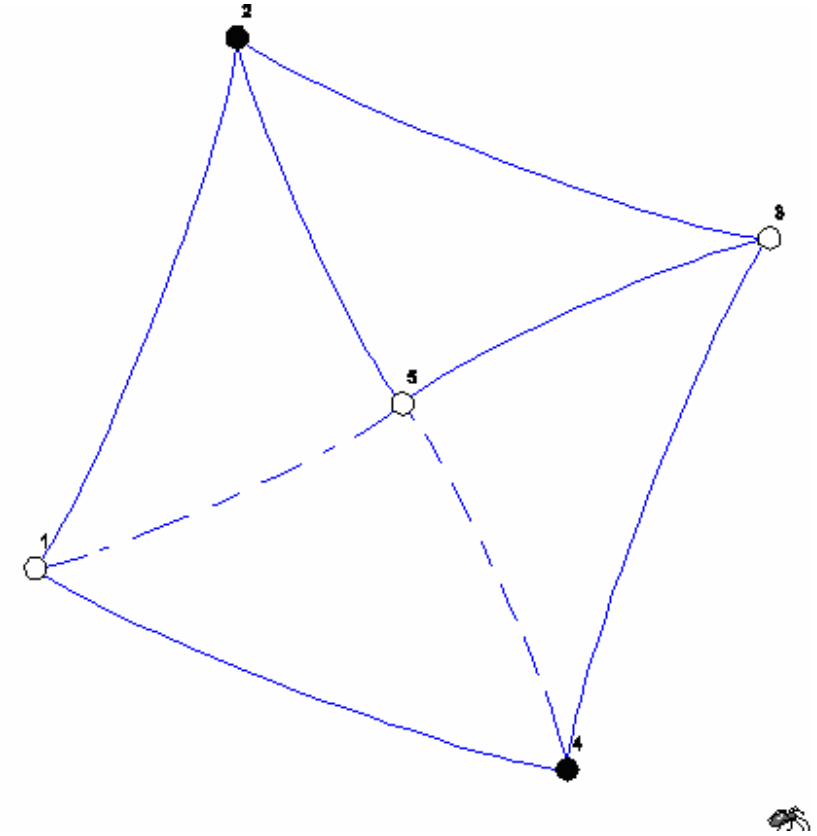
2. Μη κανονικά δίκτυα

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα προσομοιώσεων σε μη κανονικά δίκτυα. Έστω το δίκτυο (με την ονομασία *kite*) των 4 δραστών του σχήματος 56. Οι δράστες 1 και 2 είναι οι Α-φιλικοί, ενώ οι 3 και 4 είναι Β-φιλικοί. Θέσαμε $w_{13} = w_{23} = -1$. Σε καμία από τις 100 προσομοιώσεις που πραγματοποιήθηκαν δεν συνέβη πλήρης επικράτηση κάποιας τεχνολογίας. Αντίθετα τα μόνα διανύσματα ισορροπίας ήταν τα (A, A, B, B) και (B, B, A, A). Για σύγκριση εκτελέσαμε ίδιο αριθμό πειραμάτων στο ίδιο δίκτυο αλλά με όλα τα πρόσημα θετικά. Τότε οι 15 από τις 100 προσομοιώσεις ολοκληρώθηκαν με επικράτηση της Α, οι 28 με επικράτηση της Β, ενώ οι υπόλοιπες έφτασαν σε ανομοιογενή ισορροπία με διάφορα διανύσματα ισορροπίας, π.χ. (Α,Α,Α,Β) κτλ. Επομένως, παρατηρεί κανείς ότι η ύπαρξη αρνητικών δεσμών στο συγκεκριμένο δίκτυο έχει ως αποτέλεσμα την εξάλειψη των διανυσμάτων ομοιογενών καταστάσεων.



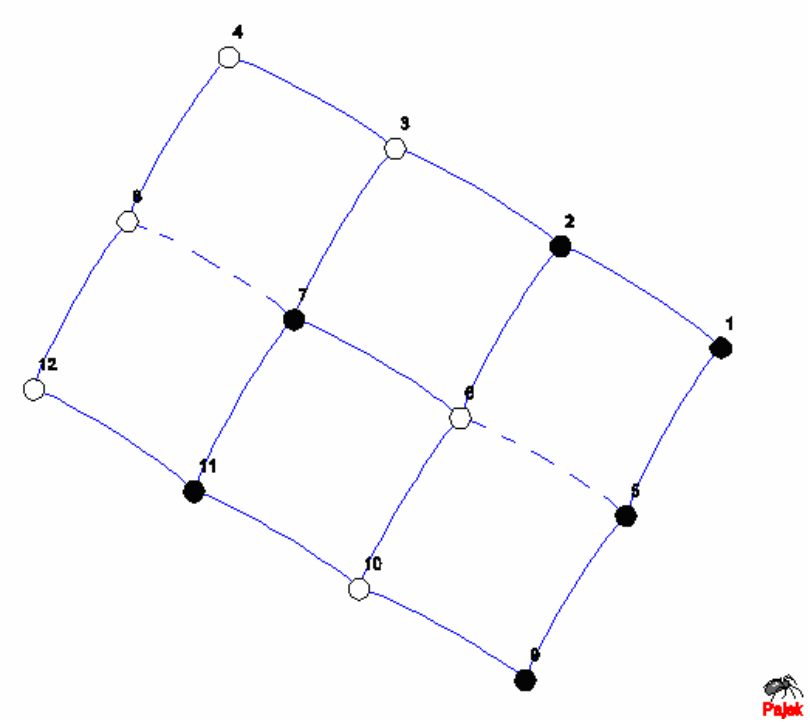
Σχήμα 56

Έστω το δίκτυο των 6 δραστών του σχήματος 57 (2-κλίκα). Οι δράστες 1, 4 και 5 είναι Α-φιλικοί ενώ οι δράστες 2 και 3 είναι Β-φιλικοί. Θέσαμε $w_{(1,5)} = w_{(4,5)} = -1$. Πραγματοποιήθηκαν 100 προσομοιώσεις. Σε 11 από αυτές προέκυψε επικράτηση της τεχνολογίας Α, ενώ σε όλες τις υπόλοιπες το διάνυσμα ισορροπίας ήταν ανομοιογενές. Θυμίζουμε ότι στα πειράματα με το ίδιο δίκτυο και $w_{(i,j)} = 1, \forall i, j$ τα αποτελέσματα ήταν πολύ περισσότερες ομοιογενείς ισορροπίες: 82 πλήρεις επικρατήσεις και μόνο 18 ανομοιογενείς ισορροπίες. Φαίνεται ότι η ύπαρξη αρνητικών δεσμών μειώνει την πιθανότητα εμφάνισης ομοιογενούς ισορροπίας.

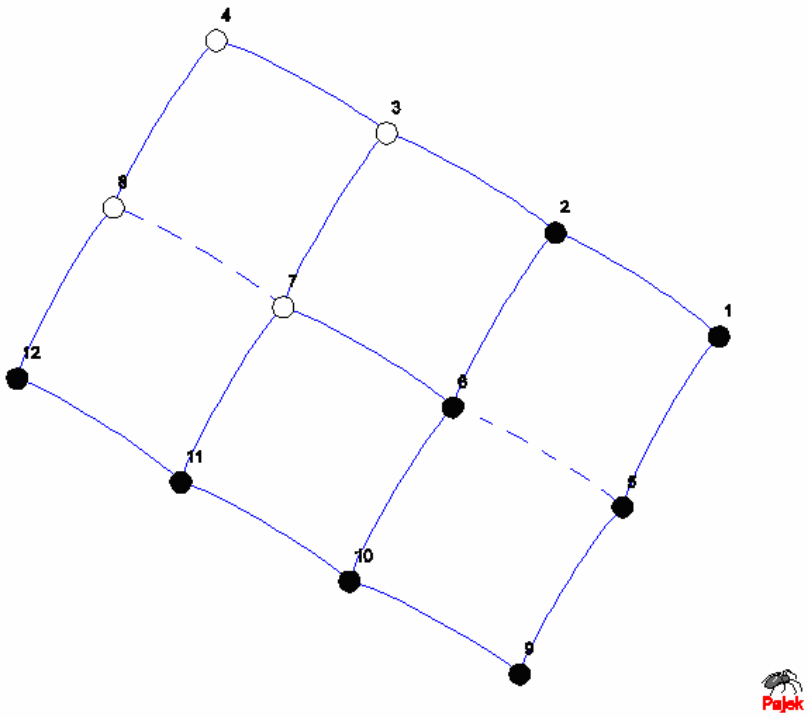


Σχήμα 57

Τέλος, δοκιμάζουμε τον αλγόριθμο ΙΙ στο δίκτυο των 12 δραστών του σχήματος 58. Έστω ότι οι Α-φιλικοί δράστες είναι οι περιττού αριθμού δράστες ενώ οι Β-φιλικοί είναι οι άρτιοι. Θεωρούμε δύο αρνητικού δεσμούς: $w_{(5,6)} = w_{(7,8)} = -1$. Σε σύνολο 100 προσομοιώσεων που έγιναν, οι 13 έληξαν με ισορροπία (4 με επικράτηση της Α και 9 με επικράτηση της Β) ενώ οι υπόλοιπες προσομοιώσεις έδωσαν ανομοιογενή διανύσματα ισορροπίας. Μία τέτοια περίπτωση ανομοιογενούς ισορροπίας εικονίζει το σχήμα 59.



Σχήμα 58



Σχήμα 59

Τα αποτελέσματα δεν διαφέρουν πολύ με τα αντίστοιχα που πήραμε για το ίδιο δίκτυο με όλα τα πρόσημα θετικά. Πράγματι, στις 100 προσομοιώσεις οι 11 οδηγήθηκαν σε ισορροπία με επικράτηση μιας τεχνολογίας ενώ οι υπόλοιπες σε ισορροπία με ανομοιογενή διανύσματα.

Συνολικά, στο τρίτο μέρος της εργασίας διαπιστώσαμε ότι τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων με τον αλγόριθμο ΙΙ διέφεραν αρκετά από τα αποτελέσματα προσομοιώσεων με τον αλγόριθμο Ι. Συνοπτικά, είδαμε, στο κεφάλαιο Ι του μέρους αυτού, ότι η διαδικασία *διαλογής δράστης και εκλογής τεχνολογίας* στις προσομοιώσεις με τις σταθερές προδιαθέσεις:

- Σε άρτιου βαθμού κανονικά δίκτυα με $\delta_i^A, \delta_i^B < d$ καταλήγει σε ισορροπία με ομοιογενές ή ανομοιογενές διάνυσμα καταστάσεων. Θυμίζουμε ότι με τον αλγόριθμο Ι σε άρτιου βαθμού κανονικά δίκτυα η διαδικασία οδηγούνταν πάντοτε σε ομοιογενή ισορροπία (εκτός εάν $\delta_i^A, \delta_i^B = 0$).
- Σε περιττού βαθμού κανονικά δίκτυα με οποιαδήποτε $\delta_i^A, \delta_i^B < d$ καταλήγει σε ισορροπία με ομοιογενές ή ανομοιογενές διάνυσμα καταστάσεων. Ενώ με τον αλγόριθμο Ι, η διαδικασία κατέληγε και σε ανομοιογενή διανύσματα μόνο αν $\delta_i^A, \delta_i^B < 1$.
- Σε μη-κανονικά δίκτυα με $\delta_i^A, \delta_i^B < \min d$ σε ισορροπία με ομοιογενές ή ανομοιογενές διάνυσμα. Δώσαμε παραδείγματα μη-κανονικών δικτύων που οδηγούνται αποκλειστικά σε ανομοιογενείς ισορροπίες. Στις ισοπίθανες προδιαθέσεις παρουσιάσαμε και δίκτυα που δίνουν πάντοτε ομοιογενή ισορροπία.

Στο κεφάλαιο ΙΙ, θεωρήσαμε σημασμένα δίκτυα. Τα πειράματα δεν έδειξαν αξιοσημείωτα διαφορετικά αποτελέσματα από τα παραπάνω. Ένα γενικό συμπέρασμα είναι ότι η ύπαρξη αρνητικών δεσμών μείωνει αλλά δεν μηδένιζε την πιθανότητα εμφάνισης ομοιόμορφης ισορροπίας σε σχέση με τα ίδια δίκτυα χωρίς πρόσημα.

Τέλος, είδαμε ότι ο αλγόριθμος ΙΙ δεν επιτρέπει την ύπαρξη ανισορροπίας, αφού οι δράστες είχαν δεδομένες προδιαθέσεις. Οπότε, ακόμα και όταν $\delta_i^A, \delta_i^B > d$ η διαδικασία έφτανε σε

ισορροπία. Κάθε δράστης σταθεροποιούνταν στην κατάσταση της προδιάθεσης του, δηλαδή οι Α-φιλικοί υιοθετούσαν την κατάσταση Α ενώ οι Β-φιλικοί την κατάσταση Β.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

2-κανονικό δίκτυο (σχήμα 2)

Χρόνος	Δράστης	Πριν την εκλογή	Προδιάθεση	$\gamma = (n_A - n_B)$	**Υιοθέτηση**	1ος Δράστης	2ος Δράστης	3ος Δράστης	4ος Δράστης	5ος Δράστης	6ος Δράστης	7ος Δράστης	8ος Δράστης	9ος Δράστης	10ος Δράστης
0	-	-				B	B	B	A	A	B	A	A	A	B
1	*8*	A	B-φιλικός	2	**A**	B	B	B	A	A	B	A	A	A	B
2	*1*	B	B-φιλικός	-2	**B**	B	B	B	A	A	B	A	A	A	B
3	*10*	B	A-φιλικός	0	**A**	B	B	B	A	A	B	A	A	A	A
4	*8*	A	A-φιλικός	2	**A**	B	B	B	A	A	B	A	A	A	A
5	*8*	A	B-φιλικός	2	**A**	B	B	B	A	A	B	A	A	A	A
6	*7*	A	B-φιλικός	0	**B**	B	B	B	A	A	B	B	A	A	A
7	*5*	A	B-φιλικός	0	**B**	B	B	B	A	B	B	B	A	A	A
8	*6*	B	B-φιλικός	-2	**B**	B	B	B	A	B	B	B	A	A	A
9	*7*	B	B-φιλικός	0	**B**	B	B	B	A	B	B	B	A	A	A
10	*7*	B	B-φιλικός	0	**B**	B	B	B	A	B	B	B	A	A	A
11	*7*	B	B-φιλικός	0	**B**	B	B	B	A	B	B	B	A	A	A
12	*8*	A	B-φιλικός	0	**B**	B	B	B	A	B	B	B	B	A	A
13	*9*	A	B-φιλικός	0	**B**	B	B	B	A	B	B	B	B	B	A
14	*2*	B	B-φιλικός	-2	**B**	B	B	B	A	B	B	B	B	B	A
15	*6*	B	A-φιλικός	-2	**B**	B	B	B	A	B	B	B	B	B	A
16	*6*	B	A-φιλικός	-2	**B**	B	B	B	A	B	B	B	B	B	A
17	*10*	A	A-φιλικός	-2	**B**	B	B	B	A	B	B	B	B	B	B
18	*6*	B	B-φιλικός	-2	**B**	B	B	B	A	B	B	B	B	B	B
19	*3*	B	B-φιλικός	0	**B**	B	B	B	A	B	B	B	B	B	B
20	*2*	B	B-φιλικός	-2	**B**	B	B	B	A	B	B	B	B	B	B
21	*2*	B	A-φιλικός	-2	**B**	B	B	B	A	B	B	B	B	B	B
22	*4*	A	A-φιλικός	-2	**B**	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
23	*7*	B	B-φιλικός	-2	**B**	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
24	*9*	B	A-φιλικός	-2	**B**	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
25	*8*	B	A-φιλικός	-2	**B**	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B

Μη κανονικό δίκτυο (σχήμα 32)

Χρόνος	Δράστης	Πριν την εκλογή	Προδιάθεση	$\gamma = (n_A - n_B)$	**Υιοθέτηση**	1ος Δράστης	2ος Δράστης	3ος Δράστης	4ος Δράστης	5ος Δράστης	6ος Δράστης	7ος Δράστης	8ος Δράστης	9ος Δράστης	10ος Δράστης
0	-	-				B	B	A	A	A	B	A	A	B	B
1	6	B	B-φιλικός	3	**A**	B	B	A	A	A	A	A	A	B	B
2	10	B	B-φιλικός	-1	**B**	B	B	A	A	A	A	A	A	B	B
3	5	A	A-φιλικός	2	**A**	B	B	A	A	A	A	A	A	B	B
4	8	A	A-φιλικός	0	**A**	B	B	A	A	A	A	A	A	B	B
5	1	B	B-φιλικός	-1	**B**	B	B	A	A	A	A	A	A	B	B
6	10	B	A-φιλικός	-1	**B**	B	B	A	A	A	A	A	A	B	B
7	10	B	B-φιλικός	-1	**B**	B	B	A	A	A	A	A	A	B	B
8	7	A	A-φιλικός	1	**A**	B	B	A	A	A	A	A	A	B	B
9	8	A	B-φιλικός	0	**B**	B	B	A	A	A	A	A	B	B	B
10	8	B	A-φιλικός	0	**A**	B	B	A	A	A	A	A	A	B	B
11	5	A	A-φιλικός	2	**A**	B	B	A	A	A	A	A	A	B	B
12	8	A	A-φιλικός	0	**A**	B	B	A	A	A	A	A	A	B	B
13	1	B	A-φιλικός	-1	**B**	B	B	A	A	A	A	A	A	B	B
14	1	B	B-φιλικός	-1	**B**	B	B	A	A	A	A	A	A	B	B
15	3	A	A-φιλικός	1	**A**	B	B	A	A	A	A	A	A	B	B
16	3	A	A-φιλικός	1	**A**	B	B	A	A	A	A	A	A	B	B
17	10	B	A-φιλικός	-1	**B**	B	B	A	A	A	A	A	A	B	B
18	1	B	A-φιλικός	-1	**B**	B	B	A	A	A	A	A	A	B	B
19	8	A	B-φιλικός	0	**B**	B	B	A	A	A	A	A	B	B	B
20	10	B	A-φιλικός	-1	**B**	B	B	A	A	A	A	A	B	B	B
21	10	B	A-φιλικός	-1	**B**	B	B	A	A	A	A	A	B	B	B
22	8	B	A-φιλικός	0	**A**	B	B	A	A	A	A	A	A	B	B
23	8	A	B-φιλικός	0	**B**	B	B	A	A	A	A	A	B	B	B
24	1	B	A-φιλικός	-1	**B**	B	B	A	A	A	A	A	B	B	B
25	5	A	B-φιλικός	2	**A**	B	B	A	A	A	A	A	B	B	B
26	7	A	B-φιλικός	-1	**B**	B	B	A	A	A	A	B	B	B	B
27	2	B	A-φιλικός	-1	**B**	B	B	A	A	A	A	B	B	B	B
28	6	A	A-φιλικός	-1	**B**	B	B	A	A	A	B	B	B	B	B
29	10	B	B-φιλικός	1	**B**	B	B	A	A	A	B	B	B	B	B
30	5	A	A-φιλικός	0	**A**	B	B	A	A	A	B	B	B	B	B
31	3	A	A-φιλικός	1	**A**	B	B	A	A	A	B	B	B	B	B
32	5	A	B-φιλικός	0	**B**	B	B	A	A	B	B	B	B	B	B
33	7	B	B-φιλικός	-3	**B**	B	B	A	A	B	B	B	B	B	B
34	8	B	B-φιλικός	-4	**B**	B	B	A	A	B	B	B	B	B	B
35	9	B	B-φιλικός	-4	**B**	B	B	A	A	B	B	B	B	B	B
36	3	A	B-φιλικός	1	**A**	B	B	A	A	B	B	B	B	B	B

37	1	B	A-φιλικός	-1	**B**	BBAABBBBBB
38	4	A	B-φιλικός	0	**B**	BBABBBBBBB
39	1	B	B-φιλικός	-1	**B**	BBABBBBBBB
40	7	B	B-φιλικός	-3	**B**	BBABBBBBBB
41	2	B	A-φιλικός	-1	**B**	BBABBBBBBB
42	3	A	B-φιλικός	-1	**B**	BBBBBBBBBB
43	1	B	A-φιλικός	-1	**B**	BBBBBBBBBB
44	1	B	A-φιλικός	-1	**B**	BBBBBBBBBB

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Aguirre, B. E., Quarantelli, E. L. & Mendoza, J. L. (1988). *American Sociological Review*, Vol. 53, σ. 569-584.

Arthur, B. W. (1989). Competing technologies, increasing returns, and lock-in by historical events, *The Economic Journal*, 99 (March 1989), σ. 116-131.

Arthur, B. W. & Lane, D. A. (1993). *Structural Change and Economic Dynamics*, Vol. 4, σ. 81-103.

Arthur, B. W. (1994). Increasing returns, *The Economic Journal*, 99 (March 1989), σ. 116-131.

Arthur, B. W. (1994). *Increasing returns and path dependence in the economy*. University of Michigan Press, Ann Arbor, USA.

Banerjee, A. V. (1992). *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 107, σ. 797-817.

Bikhchandani, S., Hirshleifer, D. & Welch, I. (1992). *Journal of Political Economy*, Vol. 100, σ. 992-1026.

Borts, G. H. (1954). Increasing returns in the railway industry, *The Journal of Political Economy*, Vol. 62, Issue 4, σ. 316-333.

Carlson, J. M. & Doyle, J. (1999) *Phys. Rev E.*, Vol. 60, σ. 1412-1427.

Dalle, J. M. and Jullien, N. (2002) *Open-Source vs. Proprietary Software*, accessed at http://opensource.mit.edu/papers/dalle2.pdf

David, P. (1985). Clio and the Economics of QWERTY, *American Economic Review*, Vol. 75, Issue 2, σ. 332-337.

David, P. (1992). Heroes, Herds and Hysteresis in Technological History, *Industrial and Corporate Change*, Vol. 1, Issue 1, σ. 129-179.

Degenne, A. & Forse, M. (1999). *Introducing Social Networks*. Sage Publications, London, UK.

De Vany, A. S. & Walls, W. D. (1996). *The Economic Journal*, Vol. 106, σ. 1493-1514.

Glaeser, E. L. Sacerdote, B. & Schheinkman, J. A. (1996). *Quarterly Journal of Ecnomics*, Vol. 111, σ. 507-548.

Glance, N. S. & Huberman, B. A. (1993). *Journal of Mathematical Sociology*, Vol. 17, σ. 281-302.

Gladwell, M. (2000). *The Tipping Point: How Little Things Can Make a Big Difference*, Little, Brown, New York, USA.

Knoke, D. (1990). *Political Networks: The structural perspective*, Cambridge University Press, New York, USA.

Kosterev, D. N. Taylor, C. W. & Mittelstadt, W. A. (1999). *IEEE Trans. Power Systems*, Vol. 14, σ. 967-979.

Krugman, P. M. (1991). Increasing Returns and Economic Geography, *The Journal of Political Economy*, Vol. 99, Issue 3, σ. 483-499.

Krugman, P. M. (1996). How the Economy Organizes Itself in Space: A Survey of the New Economic Geography, *The Economy as An Evolving Complex System II*, Arthur, B. W., Durlauf S. and Lane, D. A. (eds), A Proceedings Volume, Santa Fe Studies in the Sciences of Complexity, σ. 223-237.

Liu, C. L. (2000). *Στοιχεία Διακριτών Μαθηματικών*. Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης.

Lohmann, S. (1994). *World Politics*, Vol. 47, σ. 42-101.

Maier, G. (1998). Externalities, growth, and regional stagnation. Vienna University of Economics and B.A. Research Group: Growth and Employment in Europe: Sustainability and Competitiveness. Accessed at http://www.wu-wien.ac.at/inst/vw1/gee

Perrow, C. (1984). *Normal Accidents: Living with High-Risk Technologies,* Basic Books, NY, USA.

Romer, P. M. (1986). Increasing Returns and Long-Run Growth, *The Journal of Political Economy*, Vol. 94, Issue 5, σ. 1002-1037.

Sachtjen, M. L. Carreras, B. A. & Lynch, V. E. (2000). *Phys. Rev. E.*, Vol. 61, σ. 4877-4882

Schelling, T. C. (1973). *Journal of Conflict Resolution*, Vol. 17, σ. 381-428.

Scott, John (2000). *Social Network Analysis*. Sage Publications, London, UK.

Shiller, R. J. (1995). *American Economic Review*, Vol. 85, σ. 181-185.

Tilly, Charles (1978). *From mobilization to revolution*. Reading, Mass.: Addison-Wesley.

Valente, T. W. (1995). *Network Models of the Diffusion of Innovations*, Hampton Press, New Jersey.

Wasserman, Stanley and Faust, Katherine (1994). *Social Network Analysis*. Cambridge University Press.

Watts, D. J. (2002). A Simple model of global cascades on random networks, *PNAS*, Vol. 99, No. 9, σ. 5766-5771.